

Trasformazioni di Galileo

Relatività, Energia e Ambiente

Fano (PU), Liceo Scientifico "Torelli", 14 aprile 2011

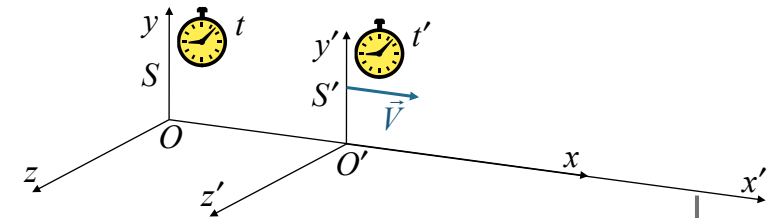
<http://www.fondazioneocchialini.it>

Prof. Domenico Galli

Alma Mater Studiorum - Università di Bologna

ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

- Se si sceglie un SdR rispetto al quale le leggi della fisica sono scritte nella forma più semplice (SdR **inerziale**) allora le **stesse leggi** valgono in **qualunque** altro SdR in moto di **traslazione rettilinea e uniforme** rispetto a quello dato (Galileo):
 - Nessun esperimento eseguito all'interno di un determinato SdR inerziale potrà mai mettere in evidenza il moto di questo rispetto ad altri SdR inerziali.



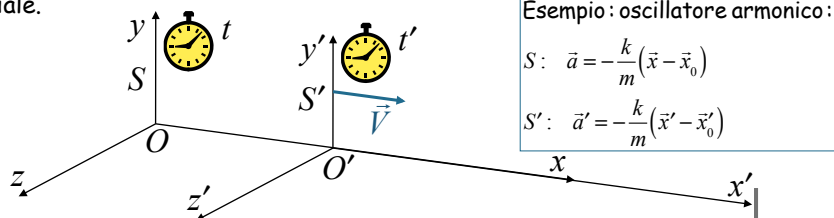
DOMENICO GALLI - Trasformazioni di Galileo

ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

2

Covarianza delle Leggi Fisiche

- Consideriamo i due SdR $S(x, y, z, t)$ e $S'(x', y', z', t')$, dove il SdR S' si muove rispetto al SdR S con velocità $\vec{V}$ diretta nella direzione dell'asse x .
- Le **coordinate** di uno stesso punto P nei due SdR saranno in generale **diverse**, così come in generale saranno **diverse** le **velocità**.
- Tuttavia le leggi fisiche debbono mantenere **invariata** la **dipendenza funzionale** dalle variabili del moto (posizione, tempo, velocità, accelerazione) indipendentemente dal SdR scelto:
 - Altrimenti sarebbe possibile distinguere un SdR inerziale rispetto a un altro.
- Si dice perciò che le **leggi fisiche** sono **covarianti** per cambiamento di SdR inerziale.



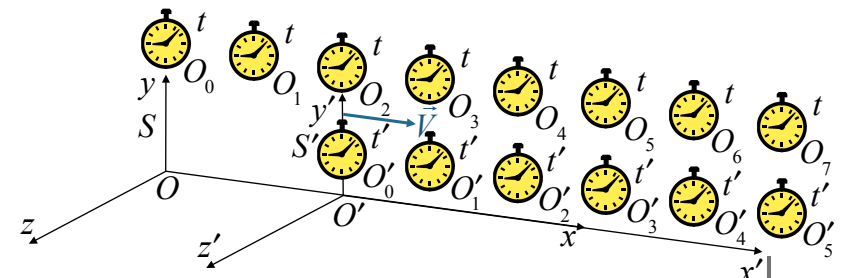
DOMENICO GALLI - Trasformazioni di Galileo

ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

3

Trasformazioni di Galileo

- Supponiamo di disporre di una **successione di orologi sincronizzati** $O_0, O_1, O_2, \dots$ in quiete nel SdR S e di una analoga successione di orologi sincronizzati $O'_0, O'_1, O'_2, \dots$ in quiete nel SdR S' , in modo da potere effettuare misure di tempo in ogni punto in ciascuno dei 2 SdR.
- Supponiamo inoltre che **le due successioni** di orologi siano **sincronizzate tra loro**.



DOMENICO GALLI - Trasformazioni di Galileo

ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

4

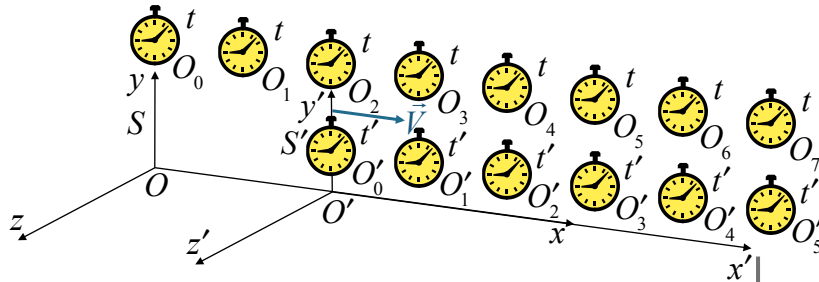
- Supponiamo ora che al **tempo zero**, segnato da entrambe le successioni di orologi, le **origini** dei 2 SdR **coincidano**:

- Dunque al tempo zero coincidano tutti e 3 gli assi cartesiani.

$$O' \equiv O \Leftrightarrow t = t' = 0$$

- A un istante generico $t > 0$ la distanza tra le 2 origini sarà:

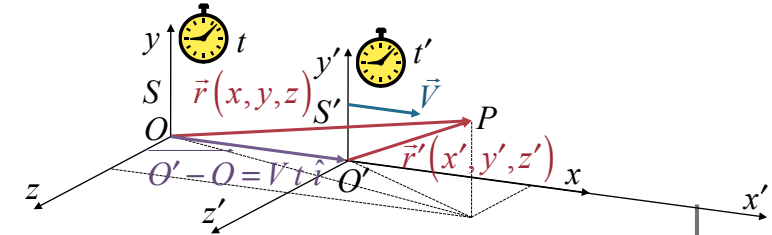
$$\overrightarrow{O' - O} = \vec{V}t = Vt \hat{i}$$



- Le **coordinate** di uno stesso punto P nei due SdR saranno in generale **diverse**.
- Come si vede dalla figura, considerando il triangolo $OO'P$ e utilizzando la **regola del triangolo** per la somma dei vettori, si ha:

$$\vec{r} = (\overrightarrow{O' - O}) + \vec{r}'$$

$$\vec{r} = \vec{V}t + \vec{r}' = Vt \hat{i} + \vec{r}' = Vt' \hat{i} + \vec{r}'$$



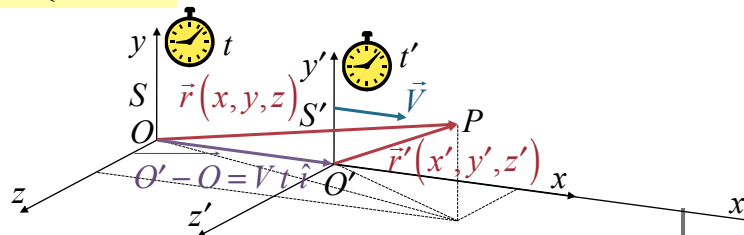
- L'espressione:

$$\vec{r} = Vt' \hat{i} + \vec{r}'$$

si può scrivere per componenti cartesiane:

$$\begin{cases} x = x' + Vt' \\ y = y' \\ z = z' \\ t = t' \end{cases} \quad \begin{cases} x' = x - Vt \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = t \end{cases}$$

(trasformazioni di Galileo)



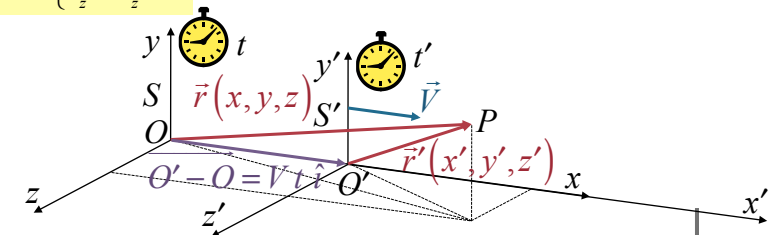
- Per la componente x della velocità si ottiene:

$$v_x = \frac{dx}{dt} = \frac{d(x' + Vt')}{dt'} = \frac{dx'}{dt'} + V \frac{dt'}{dt'} = v'_x + V$$

mentre le altre componenti restano invariate:

$$\begin{cases} v_x = v'_x + V \\ v_y = v'_y \\ v_z = v'_z \end{cases} \quad \begin{cases} v'_x = v_x - V \\ v'_y = v_y \\ v'_z = v_z \end{cases}$$

(trasformazioni di Galileo delle velocità)

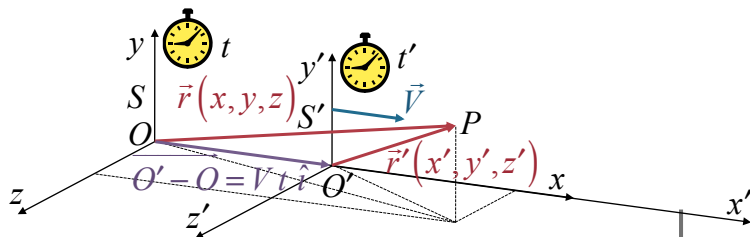


- Per la componente x dell'accelerazione si ottiene:

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d(v'_x + V)}{dt'} = \frac{dv'_x}{dt'} + 0 = a'_x$$

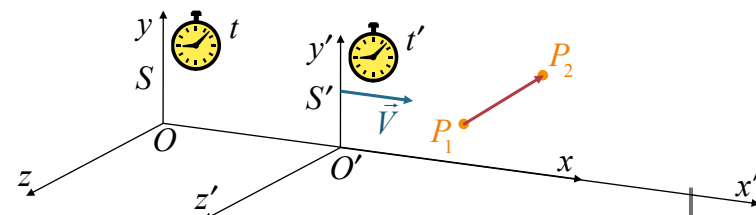
Anche le altre componenti restano invariate:

$$\begin{cases} \vec{a}_x = \vec{a}'_x \\ \vec{a}_y = \vec{a}'_y \\ \vec{a}_z = \vec{a}'_z \end{cases} \quad (\text{trasformazioni di Galileo delle accelerazioni})$$



- Consideriamo i 2 punti $P_1(x_1, y_1, z_1)$ e $P_2(x_2, y_2, z_2)$, in quiete nel SdR S .
- Il **vettore** $\vec{P}_2 - \vec{P}_1$, che ha origine nel punto P_1 e vertice nel punto P_2 , nel SdR S si scrive:

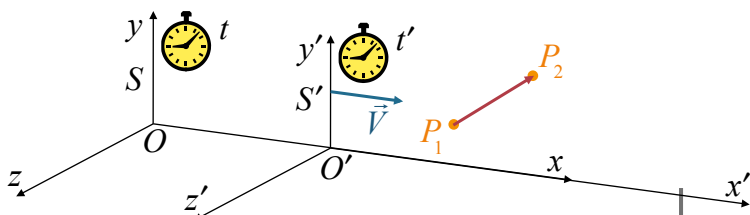
$$\vec{r}_{12} = \vec{P}_2 - \vec{P}_1 = (x_2 - x_1)\hat{i} + (y_2 - y_1)\hat{j} + (z_2 - z_1)\hat{k}$$



- Lo **stesso vettore** (origine nel punto P_1 e vertice nel punto P_2), nel SdR S' si scrive:

$$\begin{aligned} \vec{r}'_{12} &= \vec{P}_2 - \vec{P}_1 = (x'_2 - x'_1)\hat{i} + (y'_2 - y'_1)\hat{j} + (z'_2 - z'_1)\hat{k} = \\ &= [(x_2 - Vt) - (x_1 - Vt)]\hat{i} + (y_2 - y_1)\hat{j} + (z_2 - z_1)\hat{k} = \\ &= (x_2 - x_1)\hat{i} + (y_2 - y_1)\hat{j} + (z_2 - z_1)\hat{k} = \vec{r}_{12} \\ \vec{r}'_{12} &= \vec{r}_{12} \end{aligned}$$

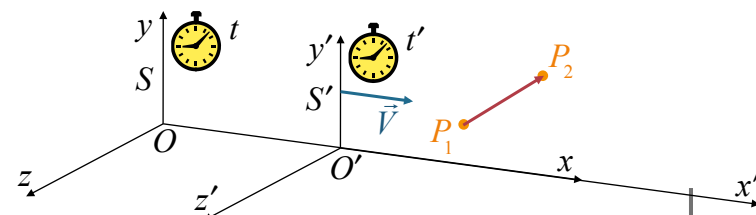
$$\begin{cases} x' = x - Vt \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = t \end{cases}$$



- Dal risultato:

$$\vec{r}'_{12} = \vec{r}_{12}$$

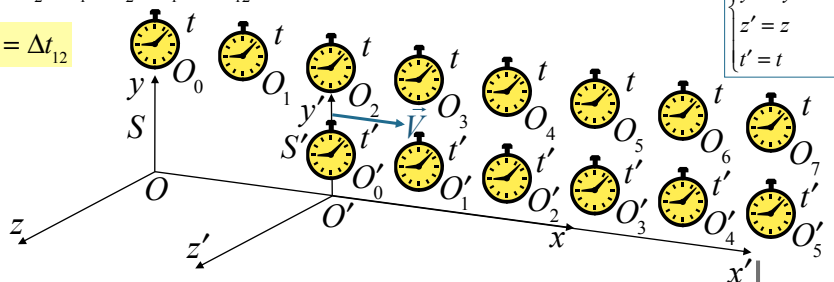
si comprende che, in generale, la **distanza spaziale tra 2 punti non cambia nelle trasformazioni di Galileo.**



- Abbiamo supposto di avere due successioni di orologi sincronizzati nei due SdR e di potere **sincronizzare e mantenere sincronizzate tra loro** le due successioni: $t' = t$.
- Segue che il tempo segnato dagli orologi è lo stesso nei due SdR e dunque **l'intervallo di tempo tra due eventi** $\Delta t_{12} = t_2 - t_1$ è il **medesimo** nei due SdR (nelle trasformazioni di Galileo):

$$\Delta t'_{12} = t_2 - t_1 = t'_2 - t'_1 = \Delta t_{12}$$

$$\Delta t'_{12} = \Delta t_{12}$$



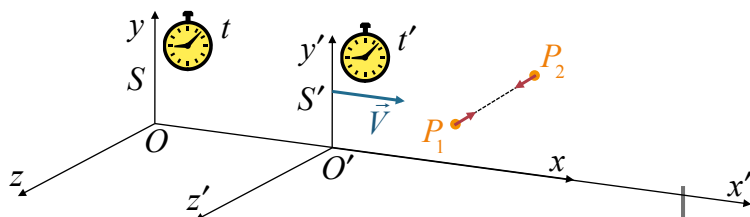
$$\begin{cases} x' = x - Vt \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = t \end{cases}$$

- Si può dimostrare che il risultato che abbiamo trovato per la forza di attrazione gravitazionale:

$$\vec{F}'_{12} = \vec{F}_{12}$$

vale in meccanica per **tutte le forze**.

- Le **forze** sono quindi **invarianti** per Trasformazioni di Galileo.



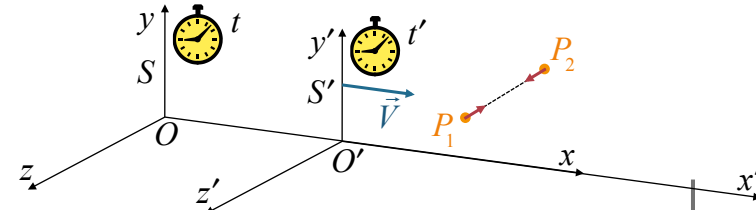
- Attrazione gravitazionale tra due masse m_1 e m_2 , in quiete nel SdR S , nelle posizioni P_1 e P_2 , di coordinate:

$$P_1(x_1, y_1, z_1) \text{ e } P_2(x_2, y_2, z_2).$$

- Dall'invarianza dell'intervallo spaziale otteniamo:

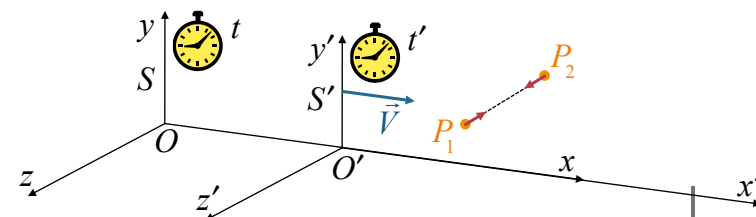
$$\vec{r}'_{12} = \vec{r}_{12} \Rightarrow \vec{F}'_{12} = -\gamma \frac{m_1 m_2}{r'^2_{12}} \frac{\vec{r}'_{12}}{r'_{12}} = -\gamma \frac{m_1 m_2}{r^2_{12}} \frac{\vec{r}_{12}}{r_{12}} = \vec{F}_{12} \Rightarrow \boxed{\vec{F}'_{12} = \vec{F}_{12}}$$

- L'intensità della forza di attrazione gravitazionale non cambia passando da un SdR all'altro.



- Abbiamo visto che nelle trasformazioni di Galileo non si modificano né la forza né l'accelerazione.
- Considerando anche che **nella meccanica classica la massa non varia con la velocità**, e dunque è la stessa nei due SdR si ottiene che la forma della legge di Newton (II principio della dinamica) non cambia passando da un SdR inerziale a un altro.

$$\left. \begin{matrix} \vec{a}' = \vec{a} \\ \vec{F}' = \vec{F} \end{matrix} \right\} \Rightarrow \begin{matrix} S \\ S' \end{matrix} \left\{ \begin{matrix} \vec{F} = m\vec{a} \\ \vec{F}' = m\vec{a}' \end{matrix} \right.$$

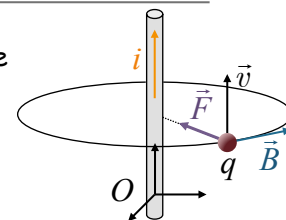


- Una carica elettrica puntiforme, in moto con velocità v , in presenza di un campo elettrico E e di un campo magnetico B , è soggetta alla forza complessiva:

$$\vec{F} = q\vec{E} + \underbrace{q\vec{v} \wedge \vec{B}}_{\text{Forza di Lorentz}}$$

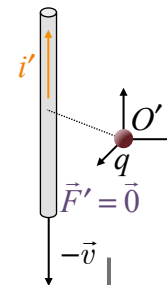
- Come si vede, il secondo termine (detto Forza di Lorentz) **dipende dalla velocità v** e dunque **cambia quando cambia il SdR**.

- Consideriamo un filo rettilineo indefinito **neutro** percorso da una **corrente elettrica costante i** e immaginiamo che una **particella elettricamente carica q** si muova **parallelamente** al filo con una certa velocità $\vec{v}$.

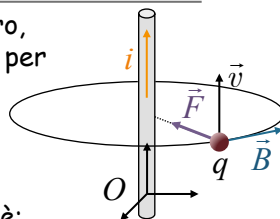


- Analizziamo la **forza agente su q** da due punti di vista:

- Osservatore O , **solidale al filo**, che vede la **particella carica q in moto** con velocità $\vec{v}$.
- Osservatore O' , **solidale alla particella carica** che vede la **particella carica q immobile**.



- L'**osservatore O** vede il filo elettricamente neutro, percorso da una corrente elettrica di intensità i , per cui non vede campi elettrici ma vede il **campo magnetico** di un filo percorso da una corrente di intensità costante.

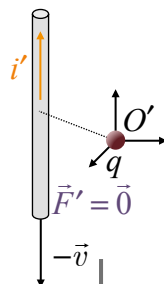


- Per l'osservatore O la **forza agente sulla carica** è:

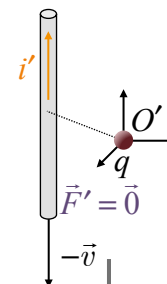
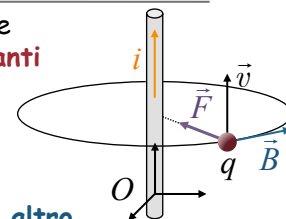
$$\vec{F} = q\vec{v} \wedge \vec{B}$$

- L'**osservatore O'** vede anch'esso un **campo magnetico**, dovuto alla corrente i' . Tuttavia, poiché egli vede la particella carica q ferma, tale campo **non produce forza sulla carica**:

$$\vec{F}' = \vec{0}$$



- Come si vede, la Forza di Lorentz in particolare e l'elettromagnetismo in generale **non** sono **covarianti** per Trasformazioni di Galileo.
- Questo **consentirebbe, con esperimenti elettromagnetici**, eseguiti all'interno di un SdR inerziale, di **distinguere un SdR inerziale da un altro**.
- I SdR inerziali **non** sono **tutti equivalenti** rispetto ai fenomeni elettromagnetici:
 - Ce n'è uno **privilegiato** nel quale e soltanto nel quale sono valide **contemporaneamente** le leggi della **Meccanica** e quelle dell'**Elettromagnetismo**.
- I fenomeni elettromagnetici permetterebbero quindi di definire un moto uniforme assoluto.





L"“Etere Luminifero”

- Alla fine del XIX secolo, si pensava ancora che dovesse esistere un **mezzo elastico e invisibile** che riempie tutto lo spazio e in cui **si propaga la luce** (detto **"Etere Luminifero"**):
 - **Fluid**o, ma anche così **rigido** da resistere alle più elevate frequenze di radiazione, **privo di massa e di struttura microscopica, incompressibile e non viscoso**.
 - Così come l'**aria** è un mezzo in cui si propagano le **onde acustiche** (che in questo caso sono onde di compressione dell'aria).
 - Poiché la luce si propaga anche nel vuoto si pensava che l'"Etere Luminifero" dovesse **riempire anche il vuoto**.
 - **Oggi** sappiamo che, a differenza delle onde acustiche, le **onde elettromagnetiche** sono **costituite** soltanto da **campi elettromagnetici** e per questo si propagano anche nel vuoto.
- Christiaan Huygens (1629-1695) ancor prima di Newton, introdusse l'idea di "Etere".
- Maxwell pensò quindi che il **SdR privilegiato** per l'**elettromagnetismo** fosse il **SdR** in cui l'"Etere Luminifero" è in **quiete**.



L"“Etere Luminifero” (II)

- Alla **fine del XIX secolo**, si pensava dunque che:
 - Le **Trasformazioni di Galileo** descrivessero correttamente la trasformazione delle coordinate nel passaggio da un SdR inerziale a un altro.
 - Il **Principio di Relatività** (covarianza delle equazioni della Fisica nel passaggio da un SdR inerziale a un altro) dovesse valere per la **meccanica** ma **non** per l'**elettromagnetismo**.
 - Le **equazioni dell'elettromagnetismo** dovessero valere soltanto nel **SdR** in cui l'"Etere Luminifero" è in **quiete**.



ALMA MATER STUDIORUM
UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

Prof. Domenico Galli

Dipartimento di Fisica

domenico.galli@unibo.it

<http://www.unibo.it/docenti/domenico.galli>

<https://lhcbweb.bo.infn.it/GalliDidattica>