

Le leggi della meccanica newtoniana

La meccanica si pone l'obiettivo di *studiare il moto dei corpi materiali*.

Le **grandezze fisiche** rilevanti che essa individua sono:

il **vettore posizione** $\vec{r}(t)$

che fornisce la posizione del punto materiale al tempo t rispetto al riferimento $Oxyz$ (terna d'assi cartesiane ortogonale destrorsa)

il **vettore velocità** $\vec{v}(t)$

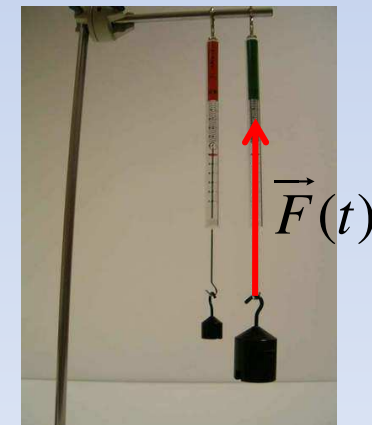
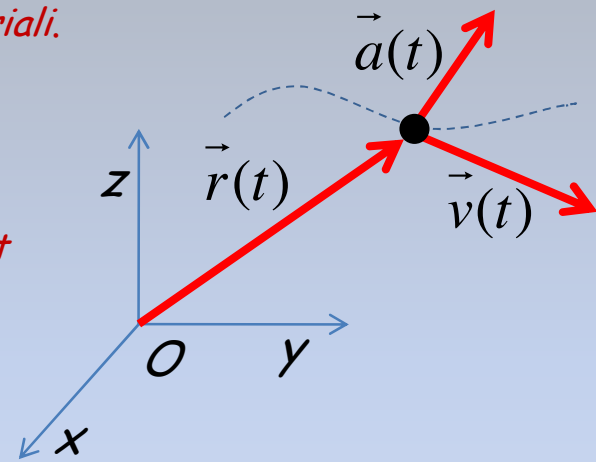
che descrive la direzione il verso e la rapidità del moto del punto materiale al tempo t rispetto al riferimento $Oxyz$

il **vettore accelerazione** $\vec{a}(t)$

che descrive la direzione il verso e la rapidità con cui varia la velocità del punto materiale al tempo t rispetto al riferimento $Oxyz$

il **vettore forza** $\vec{F}(t)$

che descrive la direzione il verso e la intensità dell'ente fisico che nelle diverse situazioni produce il moto del punto materiale (causa del moto) anch'esso espresso al tempo t e rispetto al riferimento $Oxyz$



Nella formulazione newtoniana queste grandezze soddisfano tre leggi di natura empirica note con il nome di

Principi della Dinamica

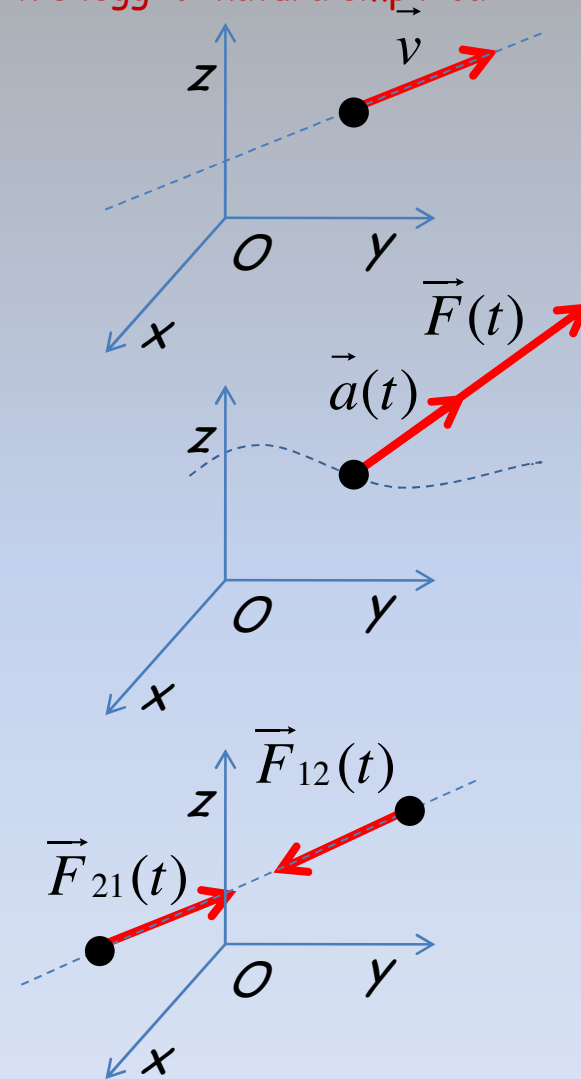
I) in un dato riferimento, un corpo materiale non soggetto ad alcuna forza o permane in quiete o si muove di moto rettilineo uniforme;

II) in un dato riferimento, un corpo materiale che sia soggetto ad una forza complessiva F si muove con una accelerazione a che soddisfa la relazione

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

dove m è una costante positiva indipendente dal luogo e dal tempo che esprime una proprietà intrinseca del corpo materiale detta *massa inerziale*;

III) due corpi materiali in mutua interazione, indipendentemente dalla natura della interazione, applicano l'uno sull'altro forze dirette lungo la congiungente e di verso contrario.



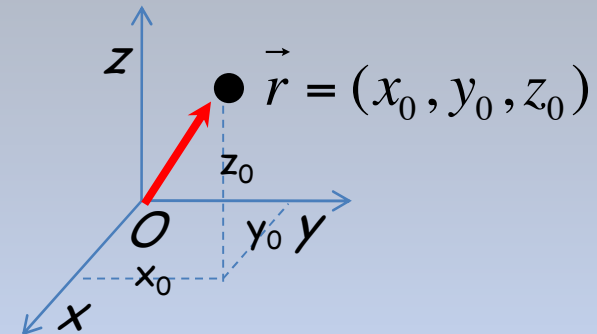
La validità delle leggi meccaniche

Principio di Mach

Riferimenti inerziali e non inerziali

La *posizione* nello spazio di un corpo materiale può essere descritta solo riferendosi ad un altro corpo materiale assunto come *sistema di riferimento* (SdR). Lo stesso dicasi anche per la *velocità*, l'*accelerazione* e la *forza* (quando una grandezza dipende dal riferimento è detta *relativa* mentre nel caso contrario *assoluta*).

Se tale riferimento viene scelto nella forma di un sistema di assi cartesiani la *posizione* del corpo materiale risulta descritta da una *terna ordinata di numeri reali* dette componenti cartesiane del vettore posizione. Analogamente per i vettori velocità, accelerazione e forza.



Dunque il SdR è necessario per rappresentare le grandezze fisiche della meccanica ma ...

con quale criterio deve essere scelto il SdR ? Le leggi meccaniche valgono in tutti i possibili SdR ?

Sperimentalmente si osserva che le leggi meccaniche valgono con precisione via via crescente mano a mano che il riferimento adottato tende ad essere privo di rotazioni rispetto alle stelle del cielo notturno (stelle fisse). Sulla base di questo fatto E. Mach propose nel 1893 la seguente estensione nota come

Principio di Mach : le leggi meccaniche valgono nei riferimenti privi di accelerazioni rispetto alle stelle fisse.

E' tradizione in meccanica definire *sistema di riferimento inerziale* un SdR nel quale valgano le leggi meccaniche e *sistema di riferimento non inerziale* un sistema dove tali leggi non valgono.

Sulla base del Principio di Mach possiamo allora affermare che *sono SdR inerziali quelli privi di accelerazioni rispetto alle stelle fisse* mentre *sono SdR non inerziali quelli accelerati rispetto alle stelle fisse*.

In relazioni a questi fatti sono assai rilevanti i seguenti quesiti

E' possibile trattare problemi meccanici nei sistemi di riferimento non inerziali ?

Si può ripristinare la validità delle leggi meccaniche immaginando che sui corpi materiali, in aggiunta alle forze realmente agenti, siano applicate anche delle forze immaginarie dette *forze inerziali*, la cui espressione può essere calcolata utilizzando il principio di Mach. E' questo un importante capitolo della meccanica dato che, in molti problemi, risulta preferibile assumere proprio un sistema di riferimento non inerziale.

Seguendo questa impostazione affermeremo che in un sistema non inerziale valgono le leggi meccaniche purché, alle forze agenti, si aggiungano le forze inerziali. In questo modo, dato lo stesso sistema meccanico, le forze agenti in esso sono differenti a seconda che questo venga descritto in SdR inerziale o in un SdR non inerziale. In particolare, nel secondo operano in più le forze inerziali, per questo chiamate a volte *forze apparenti*, poiché esistono nel secondo riferimento ma non nel primo (Es: treno in decelerazione, accelerazione e curva).

Esiste un riferimento rigorosamente inerziale nel quale cioè siano rigorosamente valide le leggi meccaniche ?

Nessuno lo sa tuttavia per ogni problema meccanico risulta sempre possibile individuare un riferimento nel quale la meccanica valga con precisione sufficiente e che dunque possa assumere il ruolo di riferimento inerziale per quel problema (citare l'Internationa Celestial Reference Frame). E' probabile che un sistema rigorosamente inerziale non esista e che questo sia uno dei tanti ed utili *concetti limite* della fisica.

Esempio: un fenomeno meccanico descritto da un osservatore inerziale ed uno non inerziale

E' data una piattaforma che a comando può ruotare attorno all'asse centrale. Sul piano della piattaforma e sul pavimento del piazzale sono tracciati due riferimenti O' ed O . Dal punto centrale della piattaforma l'osservatore O' , ad essa solidale, spinge un corpo materiale verso l'esterno (radialmente). Il piano della piattaforma ed il corpo materiale sono lavorati in modo tale da eliminare, per quanto possibile, gli attriti compreso quello dell'aria.

Esperimento

Il lancio del corpo materiale viene effettuato due volte:

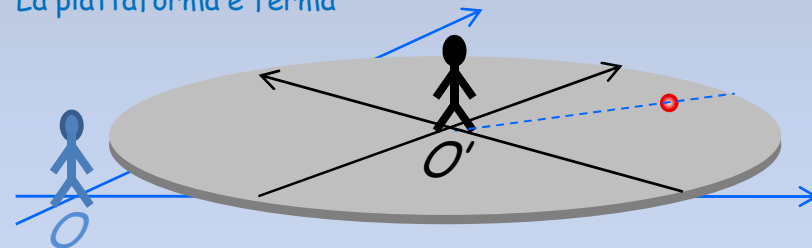
- A) con la piattaforma ferma rispetto al piazzale;
- B) con la piattaforma in rotazione uniforme rispetto al piazzale.

Esito dell'esperimento

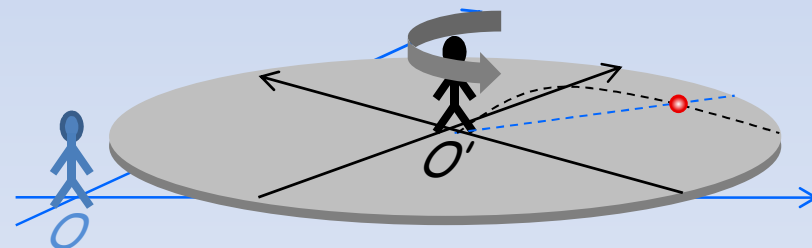
Si osservano i seguenti fatti

- A) il corpo materiale si muove di moto rettilineo uniforme rispetto ad entrambi i riferimenti;
- B) il corpo materiale si muove di moto rettilineo uniforme rispetto al riferimento O e di moto curvilineo (accelerato) rispetto al sistema O' . NOTA: si può facilmente eseguire la prova con un foglio di carta ed una matita

La piattaforma è ferma



La piattaforma ruota



Interpretazione

Dato che la forza peso è compensata dalla reazione vincolare fornita dal piano della piattaforma e che gli attriti sono stati tutti eliminati, *in entrambe le prove ed in entrambi i riferimenti, sul corpo materiale, non agiscono forze.*

Poiché in un generico riferimento le leggi meccaniche possono valere oppure no, sulla base del *primo principio della dinamica* prevediamo due possibili situazioni:

- 1) *valgono le leggi meccaniche* (ovvero il riferimento è *inerziale*) e, dato che la risultante delle forze applicate è nulla, il corpo materiale deve muoversi di moto rettilineo uniforme;
- 2) *non valgono le leggi meccaniche* (ovvero il riferimento è *non inerziale*) ed anche se la risultante delle forze reali è nulla il corpo materiale deve muoversi di moto accelerato.

NOTA: l'esito delle prove, in ultima analisi, ci informa sulla inerzialità o meno del riferimento adottato stabilita dalla validità o meno delle leggi meccaniche

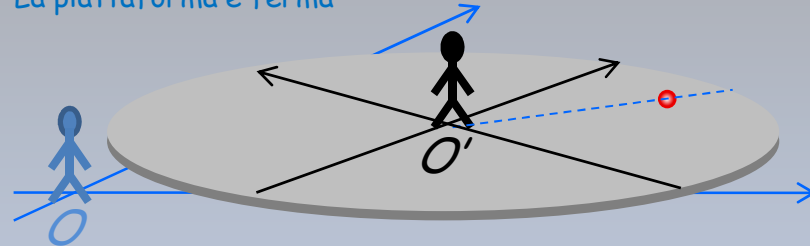
Ritornando all'esito delle prove concludiamo allora che:

- A) entrambi i riferimenti sono inerziali poiché entrambi verificano la validità delle leggi meccaniche;
- B) il riferimento O , solidale con il piazzale, è inerziale mentre il riferimento O' , solidale con la piattaforma, è non inerziale.

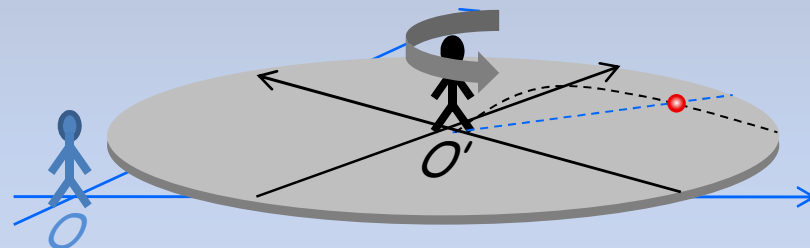
Il principio di Mach fornisce poi una *causa all'esito delle prove* osservando che:

- A) i due riferimenti si muovono di moto uniforme, e dunque non accelerato, rispetto alle stelle fisse per cui verificano entrambi la validità delle leggi meccaniche;
- B) il riferimento O si muove di moto uniforme rispetto alle stelle fisse mentre il riferimento O' accelera (dato che ruota) rispetto a queste. Per questo motivo le leggi meccaniche valgono per O e non per O' .

La piattaforma è ferma



La piattaforma ruota



NOTA: Per finire notiamo che esiste anche la possibilità che l'osservatore O' piuttosto che pensare le leggi meccaniche non valide possa introdurre forze (le forze inerziali) fatte in modo opportuno per spiegare la traiettoria curvilinea che egli osserva negando quindi l'affermazione iniziale che sul corpo materiale non agiscono forze. E' un punto di vista utile in quanto permette di applicare la meccanica anche ai riferimenti non inerziali ma privo di oggettività fisica in quanto tali forze sul corpo materiale non agiscono mentre agiscono invece sul riferimento (la piattaforma) che a causa della rotazione è soggetta a reali sollecitazioni centrifughe.

Sistemi inerziali e non inerziali: le proprietà fisiche dello spazio

I fatti commentati nelle pagine precedenti hanno alcune profonde implicazioni che ora vogliamo analizzare.

Come affermato nelle pagine precedenti nei SdR non accelerati rispetto alle stelle fisse (SdR inerziali) valgono le leggi meccaniche (o sono assenti le forze inerziali) mentre nei SdR accelerati rispetto alle stelle fisse (SdR non inerziali) non valgono leggi meccaniche (o sono presenti le forze inerziali). Dunque *un osservatore può accertare il proprio stato di moto accelerato o non accelerato rispetto alle stelle fisse semplicemente saggiando la validità delle leggi meccaniche*. Proseguendo questa analisi occorre però sottolineare che *l'effetto della rotazione è istantaneo* (la violazione delle leggi meccaniche o l'instaurarsi delle forze inerziali è in perfetta coincidenza temporale con la rotazione del sistema) *e non è pensabile che le stelle lontane siano immediatamente informate del fatto che un ad un certo istante un riferimento abbia deciso di muoversi di moto accelerato* (a meno che non si voglia ammettere una azione istantanea dei corpi distanti che, sulla base del concetto di campo, la fisica ha oramai escluso). Per questo *si deve per forza ammettere che in realtà sia lo spazio locale ad essere influenzato dalle stelle distanti e che la violazione delle leggi meccaniche (o l'instaurarsi delle forze inerziali) sia determinato dall'accelerazione del riferimento rispetto allo spazio locale*.

Giungiamo allora alla conclusione che

lo spazio di un riferimento non accelerato rispetto alle stelle fisse (riferimento inerziale), ha proprietà fisiche diverse dallo spazio di un riferimento accelerato rispetto alle stesse (riferimento non inerziale).

Ovviamente tali diverse proprietà fisiche si manifestano nella validità o meno delle leggi meccaniche (o nell'insorgere o meno delle forze inerziali).

La questione del significato fisico implicito nella esistenza di sistemi di riferimento inerziali e non inerziali è una delle più tormentate della fisica, esaminata a turno da tutti i grandi maestri, ma ancora essenzialmente irrisolta. Il primo fu probabilmente Newton in un celebre passo:

L'esperimento della secchia rotante, da *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*, I. Newton 1687:

Se si fa girare su se stesso un vaso appeso ad una corda, fino a che la corda a forza di essere girata non si possa quasi più piegare, e si mette poi in questo vaso dell'acqua e, dopo aver permesso all'acqua e al vaso di acquistare lo stato di riposo, si lascia che la corda si srotoli, il vaso acquisterà un moto che durerà molto a lungo; all'inizio la superficie dell'acqua contenuta nel vaso resterà piana, come era prima che la corda si srotolasse, ma in seguito, il moto del vaso comunicandosi poco a poco nell'acqua contenuta, quest'acqua comincerà a girare, a elevarsi verso i bordi ed a diventare concava, come ho sperimentato; quindi con l'aumentare del moto il livello dell'acqua crescerà sempre più fino a che, concludendosi le sue rivoluzioni, in tempi uguali ai tempi impiegati dal vaso per fare un giro completo, l'acqua sarà in riposo relativo rispetto al vaso.

Inizialmente si osserva il moto rotatorio del secchio mentre l'acqua, che tale movimento non ancora acquisito, rimane in quiete con la superficie perfettamente piana. Gradualmente il moto viene comunicato dal secchio all'acqua la quale, ruotando, comincia a salire lungo i bordi del secchio formando una superficie concava.

La forza di questo esempio sta nel fatto che, istintivamente, tendiamo ad interpretare il fenomeno assumendo il riferimento solidale con il liquido il quale, essendo rotante e quindi non inerziale, è soggetto all'azione delle forze inerziali (forza centrifuga) che tendono a fare risalire l'acqua lungo le pareti: le forze inerziali in questo esempio sono terribilmente reali e presenti!

Chiaramente la causa di questo effetto risiede nel moto rotatorio dell'acqua ma la domanda è: moto dell'acqua rispetto a chi? A quale riferimento ?

Notiamo subito che la causa non può essere il moto relativo dell'acqua rispetto al secchio dato che tale moto, pur esistendo all'inizio, non produce alcun effetto. **Newton si rese lucidamente conto che la causa andava ricercata nel moto relativo dell'acqua rispetto a qualcosa d'altro.** La soluzione che propose fu radicale, secondo alcuni suoi critici, tutti posteriori, troppo radicale!

Per comprendere la soluzione proposta da Newton dobbiamo immaginare di ripetere l'esperimento della secchia togliendo un poco alla volta la materia dal cosmo fino a svuotarlo completamente. Quale sarebbe in questo caso l'esito dell'esperimento? L'acqua, una volta in rotazione, salirebbe ancora lungo le pareti del recipiente? Nessuno lo può sapere, tuttavia Newton immaginò che la risposta fosse affermativa per cui *dedusse che la causa del fenomeno doveva risiedere nel moto rotatorio dell'acqua, non rispetto alla materia del cosmo, ma rispetto allo spazio vuoto del cosmo!* Lo spazio vuoto dunque acquisiva proprietà fisiche indipendenti dalla materia in esso contenuta e addirittura indipendenti da tutto e da tutti:

Lo spazio Assoluto, da *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*, I. Newton 1687:

Lo spazio assoluto, per sua natura senza relazione ad alcunché di esterno, rimane sempre uguale ed immobile; lo spazio relativo è una dimensione mobile o misura dello spazio assoluto, che i nostri sensi definiscono in relazione alla sua posizione rispetto ai corpi, ed è comunemente preso come lo spazio immobile; così la dimensione di uno spazio sotterraneo o aereo o celeste viene determinata dalla sua posizione rispetto alla terra. Lo spazio assoluto e lo spazio relativo sono identici per grandezza e specie, ma non sempre permangono identici quanto al numero. Infatti se la Terra, per esempio, si muove, lo spazio della nostra aria, che relativamente alla Terra rimane sempre identico, sarà ora una parte dello spazio assoluto attraverso cui l'aria passa, ora un'altra parte di esso; e così muterà assolutamente in perpetuo.

Dal punto di vista della fisica, un ente 'per sua natura senza relazione ad alcunché di esterno' è un ente metafisico, dunque inaccettabile! Numerosi furono i fisici che da Newton in poi criticarono questa impostazione, ma l'attacco decisivo fu concepito dal fisico-filosofo E. Mach (1838-1916) in una fondamentale opera di revisione critica dell'intera meccanica:

La critica dell'esperimento del secchio rotante, da *La meccanica nel suo sviluppo storico critico*, E. Mach 1883 :

Nessuno, a nostro parere, è in grado di dire qualcosa sullo spazio assoluto e sul moto assoluto, che sono puri enti ideali non conoscibili sperimentalmente. [...] tutti i principi fondamentali della meccanica sono conoscenze sperimentali su posizioni e moti relativi dei corpi. [...] Nessuno è autorizzato a estendere questi principi al di là dei limiti dell'esperienza; [...] L'esperimento newtoniano del vaso pieno d'acqua sottoposto a moto rotatorio ci insegna solo che la rotazione relativa dell'acqua rispetto alle *pareti* del vaso non produce forze centrifughe percettibili, ma che tali forze sono prodotte dal moto rotatorio relativo alla massa della terra e agli altri corpi celesti. Non ci insegna nulla di più.

Lezioni sulla Teoria della Relatività - Nicola Semprini Cesari

Mach dunque, rovescia la posizione newtoniana sottolineando che, nell'esperimento del secchio, ciò che si osserva non è il moto dell'acqua rispetto allo spazio, ma il moto dell'acqua rispetto alle altre masse del cosmo per cui questa deve essere la causa fisica che fa risalire l'acqua lungo le pareti del secchio stesso (in altri termini, se si fosse chiesto a Mach cosa sarebbe successo qualora si fosse ripetuto l'esperimento del secchio, togliendo un poco alla volta la materia dal cosmo fino a svuotarlo completamente, egli avrebbe risposto che alla fine non si sarebbe osservata più la risalita dell'acqua lungo le sue pareti).

La posizione di Mach, lucida ed ineccepibile sul piano logico, fu sostenuta entusiasticamente dallo stesso A. Einstein (la rigorosa aderenza ai fatti della critica machiana, scevra da tentazioni metafisiche, fu un esempio determinante per la creazione della teoria della relatività ristretta) il quale però, negli anni tardi, dovette ritornare sui suoi passi:

La critica alle idee di Mach, da *Über den Aether; Verh. d. Schweiz. Naturf. Ges.* 105, 85-93; A Einstein 1924:

Invece che di "etere" si può parlare altrettanto bene di "qualità fisiche dello spazio". [...] ErnstMach [...] tentò di evitare l'ipotesi dell' "etere della meccanica", cercando di ridurre l'inerzia all'interazione immediata tra la massa considerata e tutte le restanti masse dell'universo. Questa concezione è logicamente possibile, ma come teoria dell'azione a distanza per noi oggi non si può più prendere seriamente in considerazione. L' etere meccanico da Newton designato come "spazio assoluto", dev'essere quindi da noi considerato come una realtà fisica.

Dunque, secondo l'A. Einstein degli anni tardi, l'ipotesi di Mach è ineccepibile sul piano della logica ma non della fisica in quanto presuppone una inaccettabile azione a distanza. Riportata all'esempio del secchio, questa affermazione equivale a dire che l'acqua risale lungo le pareti dello stesso non a causa dell'azione delle masse distanti del cosmo ma a causa dell'azione dello spazio locale. Una volta privato delle sue connotazioni metafisiche, tale spazio locale potrebbe essere proprio quella sorta di 'etere meccanico' che newton chiamò lo spazio assoluto. **Da più parti, nella fisica contemporanea, emerge la necessità di concepire lo spazio come un mezzo dotato di proprietà fisiche:**

Una posizione contemporanea, da *Relativismo ed etere di Lorentz*, relazione su invito, F. Selleri :
Che dire, oggi, dell'etere relativistico di Einstein? Beh, in primo luogo che il ritorno all'etere è un'operazione dettata dal buon senso: lo spazio vuoto dotato di proprietà fisiche può benissimo essere chiamato «etere», [...]

L'equivalenza di tutti i riferimenti inerziali

Il principio di relatività galileiano

Proprietà di simmetria dello spazio

Per comprendere le premesse dalle quali trasse origine la formulazione della TRR da parte di A. Einstein, la conclusione che più ci interessa, tra quelle esposte nelle pagine precedenti, è la seguente:

dato che attraverso la validità delle leggi meccaniche possiamo solo distinguere tra sistemi di riferimento inerziali (non accelerati rispetto alle stelle fisse) e non inerziali (accelerati rispetto alle stelle fisse) ne consegue che tutti i riferimenti inerziali dal punto di vista della meccanica sono equivalenti.

Questo fatto, esprimibile in varie forme, prende il nome di

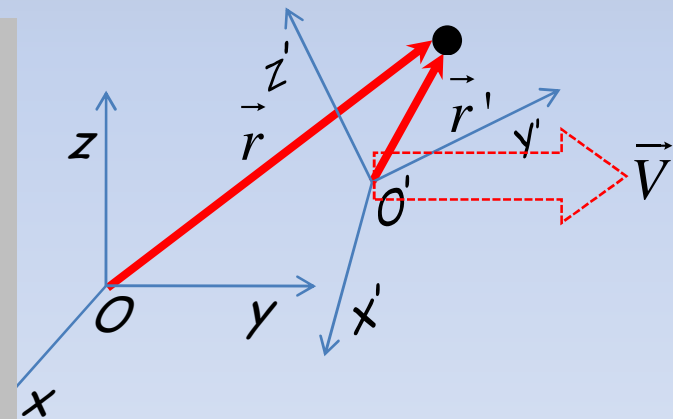
Principio di Relatività Galileiano

per mezzo delle leggi meccaniche non è possibile distinguere un sistema di riferimento inerziale tra gli infiniti possibili

secondo le leggi meccaniche tutti i riferimenti inerziali sono equivalenti

per mezzo di esperimenti meccanici non è possibile determinare lo stato di moto uniforme (velocità) di un riferimento inerziale

secondo le leggi meccaniche non esiste un riferimento inerziale privilegiato



Se questa fosse una proprietà della sola meccanica o di tutta la fisica per lungo tempo non fu chiaro. Einstein fece questa ipotesi e formulando al TRR per primo ne dedusse tutte le conseguenze.

Limitatamente all'ambito della meccanica comunque *la impossibilità di stabilire lo stato di moto o di quiete di un osservatore (soggetto ad un moto tranquillo, ovvero inerziale) è sicuramente nota dall'antichità:*

La scuola alessandrina, in particolare **Aristarco di Samo** (310-230 a.C.), aveva anticipato molte delle conclusioni di Copernico compresa la centralità del sole ed il moto terrestre attorno ad esso. Dunque doveva avere chiaro che tale moto non provocava effetti osservabili per coloro che si trovavano sulla terra (non ne siamo certi poiché le opere originali sono perdute e conosciamo le idee di Aristarco solo attraverso le citazioni di altre opere posteriori quali l'*Arenario* di Archimede).

Certamente tale concetto era molto chiaro a N. Copernico:

La inosservabilità dello stato di moto, da *De revolutionibus orbium coelestium*, N. Copernico 1543:

Fra cose che si muovono a uguale velocità verso il medesimo punto, non si percepisce alcun movimento [...] quando una nave viaggia nella bonaccia, i naviganti vedono tutte le cose che sono fuori di essa muoversi ad immagine del suo movimento e, inversamente, credono se stessi e tutto ciò che hanno con sé in riposo [...] Ma che potremo dire, dunque, delle nubi e di tutte le altre cose sospese nell'aria, sia di quelle che tendono al basso come di quelle che, invece, volgono verso l'alto? Niente altro se non che non solo la Terra con l'elemento acqueo che le è unito si muove in tal modo, bensì anche una parte non trascurabile dell'aria [...]

E fu espresso con ancor maggior chiarezza da Galileo:

La inosservabilità dello stato di moto, dal *Dialogo sopra i due massimi sistemi del mondo*, G. Galilei 1632:

[...] Rinserratevi nella maggiore stanza che sia sotto coperta di alcun gran navilio, e quivi fate d'aver mosche, farfalle e simili animaletti volanti; siavi anco un gran vaso d'acqua, e dentrovi dei pescetti; suspendasi anco in alto qualche secchiello che a goccia a goccia vadia versando dell'acqua in un altro vaso di angusta bocca, che sia posto a basso: e stando ferma la nave, osservate diligentemente come quegli animaletti volanti con pari velocità vadano verso tutte le parti della stanza; i pesci si vedranno andar notando indifferentemente per tutti i versi; le stille cadenti entreranno tutte nel vaso sottoposto [...]

Osservate che avrete diligentemente tutte queste cose, benchè niun dubbio ci sia che mentre 'l vassello sta fermo non debbano succedere così, fate muover la nave con quanta si voglia velocità, chè (purchè il moto sia uniforme e non fluttuante [...]) voi non riconoscerete una minima mutazione in tutti li nominati effetti, nè da alcuno di quelli potrete comprendere se la nave cammina oppure sta ferma [...]

Vogliamo sottolineare che dal punto di vista dell'etere la inosservabilità del moto uniforme (rispetto alle stelle fisse) non comporta che l'esistenza dell'etere sia impossibile ma solo che le proprietà fisiche dell'etere non sono rilevabili attraverso moti uniformi ma solo, eventualmente, attraverso moti accelerati:

Sulla esistenza dell'etere, da una *Lettera ad A. Lorentz*, A. Einstein 1919:

[...] Sarebbe stato più corretto se nelle mie prime pubblicazioni mi fossi limitato a sottolineare l'irrealità della velocità dell'etere, invece di sostenere soprattutto la sua non esistenza. Ora comprendo che con la parola 'etere' non si intende nient'altro che la necessità di rappresentare lo spazio come portatore di proprietà fisiche. [...]

Poiché attraverso le leggi meccaniche non è possibile determinare lo stato di moto di un riferimento inerziale, ne consegue anche in particolare, che non è possibile determinare la direzione del moto e la posizione nello spazio. Possiamo allora affermare le seguenti proprietà:

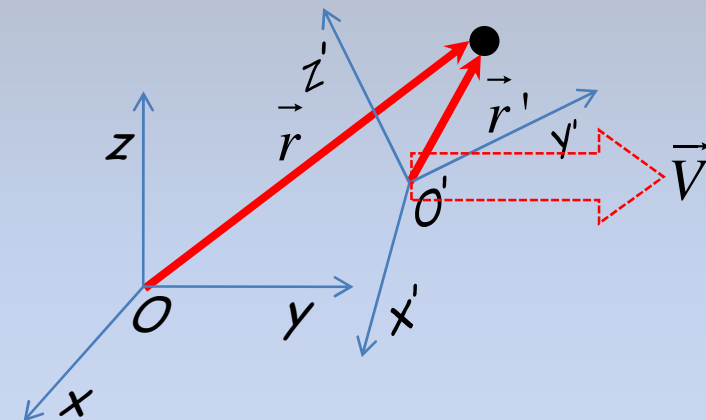
Isotropia ed Omogeneità

per mezzo delle leggi meccaniche non è possibile distinguere l'orientamento e la posizione nello spazio di un riferimento inerziale

secondo le leggi meccaniche tutti le orientazioni e le posizioni nello spazio dei riferimenti inerziali sono equivalenti

attraverso esperimenti meccanici non è possibile determinare l'orientazione e la posizione nello spazio di un riferimento inerziale

secondo le leggi meccaniche non esiste una orientazione ed una posizione spaziale privilegiata del riferimento inerziale



L'assenza di direzioni e posizioni privilegiate nella scelta del riferimento inerziale ci conduce ancora una volta a fondamentali proprietà dello spazio: rispetto alle traslazioni e rotazioni lo spazio è simmetrico.