

# Lezioni sulla Teoria della Relatività

Prof. Nicola Semprini Cesari

Ciclo di lezioni tenute in Aprile-Maggio 2010  
presso il  
Liceo G. Marconi di Pesaro  
nell'ambito dei  
Corsi di Fisica della Fondazione G. Occhialini

# Perché fu formulata la Teoria Relatività Ristretta ?

---

Assumiamo il punto di vista di un fisico della fine dell'800 :

**la fisica microscopica** ( $d < 10^{-8} \text{ cm}$ ) non era nota.

La meccanica quantistica, le forze deboli e forti che dominano il mondo subatomico saranno scoperte e chiarite nel corso del '900 attraverso un lungo percorso non ancora concluso;

**la fisica macroscopica** ( $d > 10^{-8} \text{ cm}$ ) era nota.

Le leggi del moto dei corpi materiali erano state scoperte e codificate nella meccanica newtoniana (*Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*, I. Newton 1687).

Le leggi per la descrizione della forza gravitazionale erano note (incluse da I. Newton nei *Principia*) anche se la teoria era considerata insoddisfacente poiché non spiegava il meccanismo di propagazione della forza nello spazio (assumeva la validità della azione a distanza).

Le leggi per la descrizione delle forze elettriche e magnetiche erano note e codificate nella teoria dell'elettromagnetismo (*A Treatise on Electricity and Magnetism*, J.C. Maxwell 1873). Tale formulazione era considerata esente da difetti ed in particolare spiegava in modo dettagliato il meccanismo di propagazione della forza elettrica e magnetica nello spazio (campi elettrici e magnetici, onde elettromagnetiche, unificazione di elettricità magnetismo ed ottica e previsione di nuovi fenomeni).

# Le leggi della meccanica newtoniana

La meccanica si pone l'obiettivo di *studiare il moto dei corpi materiali*.

Le **grandezze fisiche** rilevanti che essa individua sono:

il **vettore posizione**  $\vec{r}(t)$

che fornisce la posizione del punto materiale al tempo  $t$  rispetto al riferimento  $Oxyz$  (terna d'assi cartesiane ortogonale destrorsa)

il **vettore velocità**  $\vec{v}(t)$

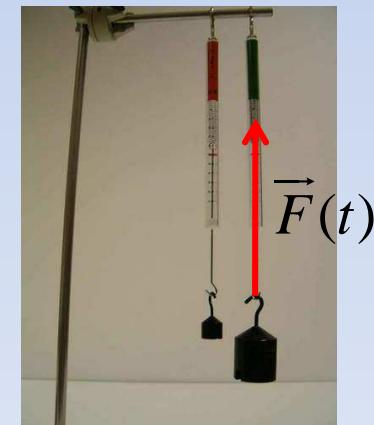
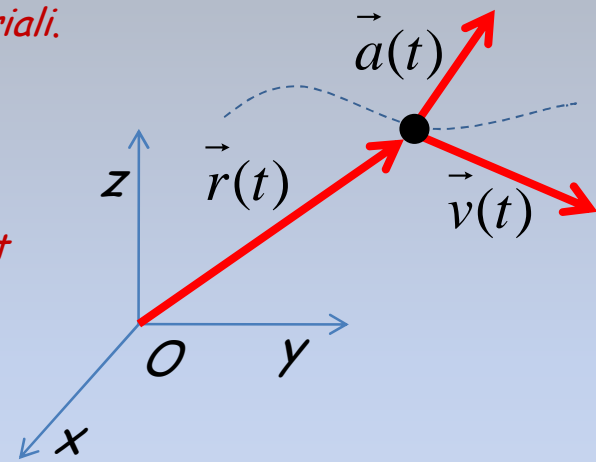
che descrive la direzione il verso e la rapidità del moto del punto materiale al tempo  $t$  rispetto al riferimento  $Oxyz$

il **vettore accelerazione**  $\vec{a}(t)$

che descrive la direzione il verso e la rapidità con cui varia la velocità del punto materiale al tempo  $t$  rispetto al riferimento  $Oxyz$

il **vettore forza**  $\vec{F}(t)$

che descrive la direzione il verso e la intensità dell'ente fisico che nelle diverse situazioni produce il moto del punto materiale (causa del moto) anch'esso espresso al tempo  $t$  e rispetto al riferimento  $Oxyz$



Nella formulazione newtoniana queste grandezze soddisfano tre leggi di natura empirica note con il nome di

### *Principi della Dinamica*

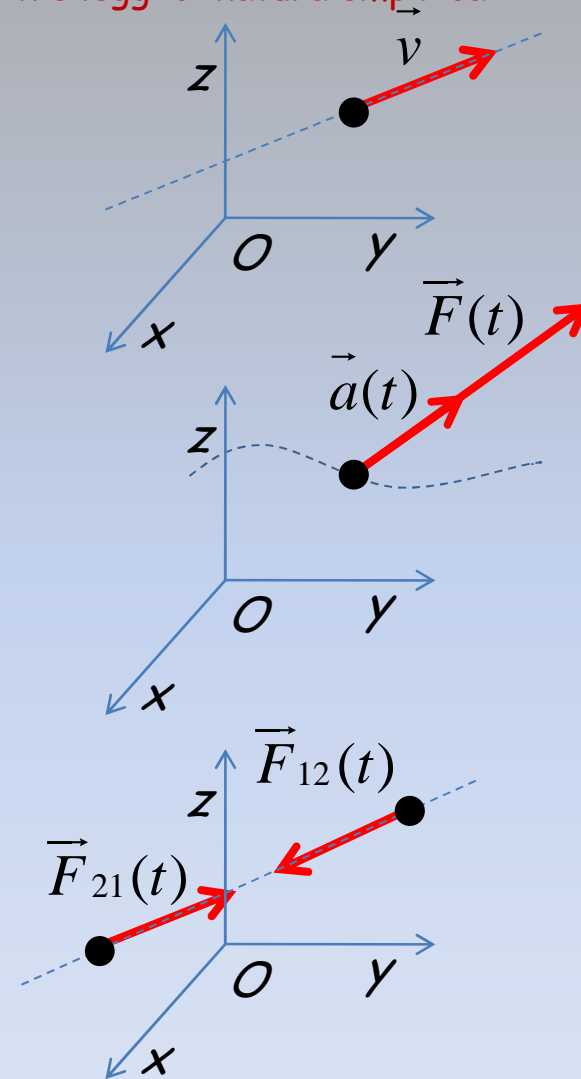
**I)** in un dato riferimento, un corpo materiale non soggetto ad alcuna forza o permane in quiete o si muove di moto rettilineo uniforme;

**II)** in un dato riferimento, un corpo materiale che sia soggetto ad una forza complessiva  $F$  si muove con una accelerazione  $a$  che soddisfa la relazione

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

dove  $m$  è una costante positiva indipendente dal luogo e dal tempo che esprime una proprietà intrinseca del corpo materiale detta *massa inerziale*;

**III)** due corpi materiali in mutua interazione, indipendentemente dalla natura della interazione, applicano l'uno sull'altro forze dirette lungo la congiungente e di verso contrario.



E' tradizione in meccanica definire *sistema di riferimento inerziale* un SdR nel quale valgono le leggi meccaniche e *sistema di riferimento non inerziale* un sistema dove tali leggi non valgono.

Sulla base del Principio di Mach possiamo allora affermare che *sono SdR inerziali quelli privi di accelerazioni rispetto alle stelle fisse* mentre *sono SdR non inerziali quelli accelerati rispetto alle stelle fisse*.

In relazioni a questi fatti sono assai rilevanti i seguenti quesiti

E' possibile trattare problemi meccanici nei sistemi di riferimento non inerziali ?

Si può ripristinare la validità delle leggi meccaniche immaginando che sui corpi materiali, in aggiunta alle forze realmente agenti, siano applicate delle forze immaginarie dette *forze inerziali* la cui espressione può essere calcolata utilizzando il principio di Mach. E' questo un importante capitolo della meccanica dato che in molti problemi risulta preferibile assumere proprio un sistema di riferimento non inerziale.

Seguendo questa impostazione affermeremo che in un sistema non inerziale valgono le leggi meccaniche purchè alle forze agenti si aggiungano le forze inerziali. In questo modo dato lo stesso sistema meccanico, le forze agenti in esso sono differenti a seconda che questo venga descritto in SdR inerziale o in un SdR non inerziale. In particolare nel secondo operano in più le forze inerziali per questo chiamate a volte *forze apparenti* nel senso che esistono nel secondo riferimento ma non nel primo.

Esiste un riferimento rigorosamente inerziale nel quale cioè siano rigorosamente valide le leggi meccaniche ?

Nessuno lo sa tuttavia per ogni problema meccanico risulta sempre possibile individuare un riferimento nel quale la meccanica valga con precisione sufficiente e che dunque possa assumere il ruolo di riferimento inerziale per quel problema (citare l'Internationa Celestial Reference Frame). E' probabile che un sistema rigorosamente inerziale non esista e che questo sia uno dei tanti *concetti limite* della fisica.

# Esempio: un fenomeno meccanico descritto da un osservatore inerziale ed uno non inerziale

E' data una piattaforma che a comando può ruotare attorno all'asse centrale. Sul piano della piattaforma e sul pavimento del piazzale sono tracciati due riferimenti  $O'$  ed  $O$ . Dal punto centrale della piattaforma l'osservatore  $O'$ , ad essa solidale, spinge un corpo materiale verso l'esterno (radialmente). Il piano della piattaforma ed il corpo materiale sono lavorati in modo tale da eliminare, per quanto possibile, gli attriti compreso quello dell'aria.

## Esperimento

Il lancio del corpo materiale viene effettuato due volte:

- A) con la piattaforma ferma rispetto al piazzale
- B) con la piattaforma in rotazione uniforme (per semplicità) rispetto al piazzale.

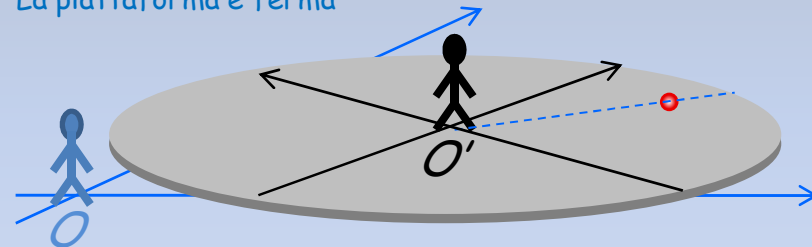
## Esito dell'esperimento

Si osservano i seguenti fatti

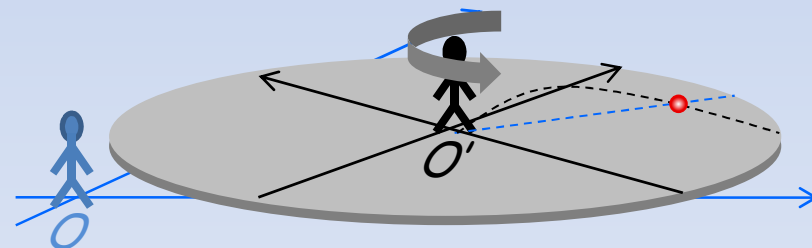
- A) il corpo materiale si muove di moto rettilineo uniforme rispetto ad entrambi i riferimenti.
- B) il corpo materiale si muove di moto rettilineo uniforme rispetto al riferimento  $O$  e di moto curvilineo (accelerato) rispetto al sistema  $O'$ .

NOTA: Si può facilmente eseguire la prova con un foglio di carta ed una matita

La piattaforma è ferma



La piattaforma ruota



### Interpretazione

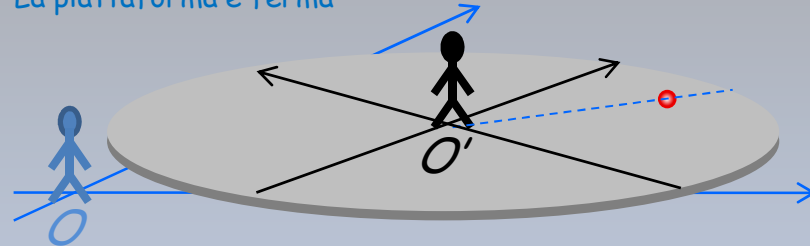
Dato che la forza peso è compensata dalla reazione vincolare fornita dal piano della piattaforma e che gli attriti sono stati tutti eliminati, *in entrambe le prove ed in entrambi i riferimenti, sul corpo materiale, non agiscono forze.*

Poiché in un generico riferimento le leggi meccaniche possono valere oppure no, sulla base del primo principio della dinamica prevediamo due possibili situazioni

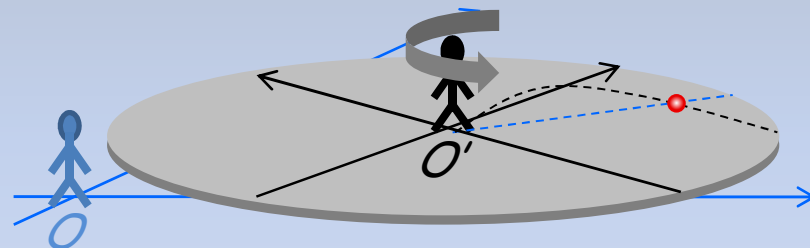
- 1) *valgono le leggi meccaniche* allora il riferimento è detto *inerziale* ed il corpo materiale deve muoversi di moto rettilineo uniforme;
- 2) *non valgono le leggi meccaniche* allora il riferimento è detto *non inerziale* ed il corpo materiale deve muoversi di moto accelerato.

NOTA: l'esito delle prove, in ultima analisi, ci informa sulla inerzialità o meno del riferimento adottato stabilita dalla validità o meno delle leggi meccaniche

La piattaforma è ferma



La piattaforma ruota



Ritornando all'esito delle prove concludiamo allora che

- A) entrambi i riferimenti sono inerziali poiché entrambi verificano la validità delle leggi meccaniche;
- B) il riferimento  $O$ , solidale con il piazzale, è inerziale mentre il riferimento  $O'$ , solidale con la piattaforma, è non inerziale.

*Il principio di Mach fornisce poi una causa ed un contenuto fisico all'esito delle prove affermando in A) i due riferimenti si muovono di moto uniforme rispetto alle stelle fisse ed è per questo che verificano entrambi la validità delle leggi meccaniche. In B) solo il riferimento  $O$  si muove di moto uniforme rispetto alle stelle fisse e pertanto solo lui trova valide le leggi meccaniche. Il riferimento  $O'$ , muovendosi di moto rotatorio e dunque accelerato rispetto alle stesse, deve trovare (se il principio è vero) una violazione delle leggi meccaniche.*

Per finire notiamo che esiste anche la possibilità che l'osservatore  $O'$  piuttosto che pensare le leggi meccaniche non valide possa introdurre forze fatte in modo opportuno per spiegare la traiettoria curvilinea che egli osserva negando quindi l'affermazione iniziale che sul corpo materiale non agiscono forze. E' un punto di vista utile in quanto permette di applicare la meccanica anche ai riferimenti non inerziali ma privo di oggettività fisica in quanto tali forze sul corpo materiale non agiscono mentre agiscono invece sul riferimento (la piattaforma) che a causa della rotazione è soggetta a reali sollecitazioni centrifughe.



## Sistemi inerziali e non inerziali: le proprietà fisiche dello spazio

---

I fatti commentati nelle pagine precedenti hanno alcune profonde implicazioni che ora vogliamo analizzare.

Come affermato nelle pagine precedenti nei SdR non accelerati rispetto alle stelle fisse (SdR inerziali) valgono le leggi meccaniche (o sono assenti le forze inerziali) mentre nei SdR accelerati rispetto alle stelle fisse (SdR non inerziali) non valgono leggi meccaniche (o sono presenti le forze inerziali). Dunque *un osservatore può accertare il proprio stato di moto accelerato o non accelerato rispetto alle stelle fisse semplicemente saggiando la validità delle leggi meccaniche*. Proseguendo questa analisi occorre però sottolineare che *l'effetto della rotazione è istantaneo* (la violazione delle leggi meccaniche o l'instaurarsi delle forze inerziali è in perfetta coincidenza temporale con la rotazione del sistema) *e non è pensabile che le stelle lontane siano immediatamente informate del fatto che un ad un certo istante un riferimento abbia deciso di muoversi di moto accelerato* (a meno che non si voglia ammettere una azione istantanea dei corpi distanti che, sulla base del concetto di campo, la fisica ha oramai escluso). Per questo *si deve per forza ammettere che in realtà sia lo spazio locale ad essere influenzato dalle stelle distanti e che la violazione delle leggi meccaniche o l'instaurarsi delle forze inerziali sia determinato dall'accelerazione del riferimento rispetto allo spazio locale*.

Giungiamo allora alla conclusione che

**lo spazio osservato da un riferimento non accelerato rispetto alle stelle fisse rivela proprietà fisiche diverse da quello osservato da un riferimento accelerato.** Ovviamente tali diverse proprietà fisiche si manifestano nella validità o meno delle leggi meccaniche (o nell'insorgere o meno delle forze inerziali).

ed anche che

**associato alle stelle fisse deve esistere uno spazio dotato di proprietà fisiche osservabili.**

La questione del significato fisico implicito nella esistenza di sistemi di riferimento inerziali e non inerziali è una delle più tormentate della fisica, esaminata a turno da tutti i grandi maestri ma ancora essenzialmente irrisolta:

---

**L'esperimento della secchia rotante**, da *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*, I. Newton 1687:

Se si fa girare su se stesso un vaso appeso ad una corda, fino a che la corda a forza di essere girata non si possa quasi più piegare, e si mette poi in questo vaso dell'acqua e, dopo aver permesso all'acqua e al vaso di acquistare lo stato di riposo, si lascia che la corda si srotoli, il vaso acquisterà un moto che durerà molto a lungo; all'inizio la superficie dell'acqua contenuta nel vaso resterà piana, come era prima che la corda si srotolasse, ma in seguito, il moto del vaso comunicandosi poco a poco nell'acqua contenuta, quest'acqua comincerà a girare, a elevarsi verso i bordi ed a diventare concava, come ho sperimentato; quindi con l'aumentare del moto il livello dell'acqua crescerà sempre più fino a che, concludendosi le sue rivoluzioni, in tempi uguali ai tempi impiegati dal vaso per fare un giro completo, l'acqua sarà in riposo relativo rispetto al vaso.

---

La forza di questo esempio sta nel fatto che istintivamente tendiamo ad interpretare il fenomeno assumendo il riferimento, rotante e non inerziale, solidale con il liquido. Secondo la meccanica in tale riferimento agiscono le forze inerziali (forza centrifuga) che tendono a fare risalire l'acqua lungo le pareti del recipiente rendendo concava la superficie del fluido. Le forze inerziali in questo esempio sono terribilmente reali e presenti! Newton si rese lucidamente conto che tali forze inerziali ponevano la questione di una loro causa fisica. La soluzione che propose fu molto radicale; secondo i suoi critici troppo, ma assolutamente comprensibile e comunque risultato di una grande lucidità di analisi!

Egli pensò che l'esperimento della secchia avrebbe fornito lo stesso risultato anche se un poco alla volta avessimo svuotato il cosmo di tutta la sua materia facendo rimanere solo lo spazio vuoto. *Accettando questo punto di vista discende che la causa delle forze inerziali deve risiedere nella accelerazione del sistema rispetto al semplice spazio che viene ad essere dotato di proprietà fisiche indipendenti dalla materia in esso contenuta.* Newton si spinse ancora più in là *immaginando l'esistenza di un ente completamente autonomo ed indipendente da ogni proprietà fisica :*

---

**Lo spazio Assoluto**, da *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*, I. Newton 1687:

Lo spazio assoluto, per sua natura senza relazione ad alcunché di esterno, rimane sempre uguale ed immobile; lo spazio relativo è una dimensione mobile o misura dello spazio assoluto, che i nostri sensi definiscono in relazione alla sua posizione rispetto ai corpi, ed è comunemente preso come lo spazio immobile; così la dimensione di uno spazio sotterraneo o aereo o celeste viene determinata dalla sua posizione rispetto alla terra. Lo spazio assoluto e lo spazio relativo sono identici per grandezza e specie, ma non sempre permangono identici quanto al numero. Infatti se la Terra, per esempio, si muove, lo spazio della nostra aria, che relativamente alla Terra rimane sempre identico, sarà ora una parte dello spazio assoluto attraverso cui l'aria passa, ora un'altra parte di esso; e così muterà assolutamente in perpetuo.

---

Il fisico-filosofo E. Mach (1838-1916) criticò a fondo il contenuto metafisico del concetto newtoniano di spazio assoluto:

---

**La critica dell'esperimento del secchio rotante**, da *La meccanica nel suo sviluppo storico critico*, E. Mach 1883 :

Nessuno, a nostro parere, è in grado di dire qualcosa sullo spazio assoluto e sul moto assoluto, che sono puri enti ideali non conoscibili sperimentalmente. [...] tutti i principi fondamentali della meccanica sono conoscenze sperimentali su posizioni e moti relativi dei corpi. [...] Nessuno è autorizzato a estendere questi principi al di là dei limiti dell'esperienza; [...] L'esperimento newtoniano del vaso pieno d'acqua sottoposto a moto rotatorio ci insegna solo che la rotazione relativa dell'acqua rispetto alle *pareti* del vaso non produce forze centrifughe percettibili, ma che tali forze sono prodotte dal moto rotatorio relativo alla massa della terra e agli altri corpi celesti. Non ci insegna nulla di più.

---

La posizione machiana all'inizio fu entusiasticamente sostenuta da A. Einstein e senz'altro fu essenziale nell'indirizzare la sua analisi verso quella rigorosa aderenza ai fatti sperimentali scevra da tentazioni metafisiche che gli permise di portare alla luce la teoria della relatività ristretta. Tuttavia negli anni tardi dovette apparirgli di una radicalità insostenibile:

---

**La critica alle idee di Mach**, da *Über den Aether; Verh. d. Schweiz. Naturf. Ges. 105, 85-93*; A Einstein 1924:

Invece che di "etere" si può parlare altrettanto bene di "qualità fisiche dello spazio". [...] ErnstMach [...] tentò di evitare l'ipotesi dell' "etere della meccanica", cercando di ridurre l'inerzia all'interazione immediata tra la massa considerata e tutte le restanti masse dell'universo. Questa concezione è logicamente possibile, ma come teoria dell'azione a distanza per noi oggi non si può più prendere seriamente in considerazione. L' etere meccanico da Newton designato come "spazio assoluto", dev'essere quindi da noi considerato come una realtà fisica.

---

Vale la pena sottolineare che oggi, da più parti, emerge nella fisica la necessità di concepire lo spazio come un mezzo dotato di proprietà fisiche, certamente non meccaniche, che potremmo chiamare con il vecchio ed improprio nome di *etere*:

---

**Una posizione contemporanea**, da *Relativismo ed etere di Lorentz*, relazione su invito, F. Selleri :

Che dire, oggi, dell'etere relativistico di Einstein? Beh, in primo luogo che il ritorno all'etere è un'operazione dettata dal buon senso: lo spazio vuoto dotato di proprietà fisiche può benissimo essere chiamato «etere», [...]

---

# L'equivalenza di tutti i riferimenti inerziali

## Il principio di relatività galileiano

### Proprietà di simmetria dello spazio

Per comprendere le premesse dalle quali trasse origine la formulazione della TRR da parte di A. Einstein, la conclusione che più ci interessa, tra quelle esposte nelle pagine precedenti, è la seguente:

dato che attraverso la validità delle leggi meccaniche possiamo solo distinguere tra sistemi di riferimento inerziali (non accelerati rispetto alle stelle fisse) e non inerziali (accelerati rispetto alle stelle fisse) ne consegue che *tutti i riferimenti inerziali dal punto di vista della meccanica sono equivalenti*. Questo fatto, esprimibile in varie forme, prende il nome di

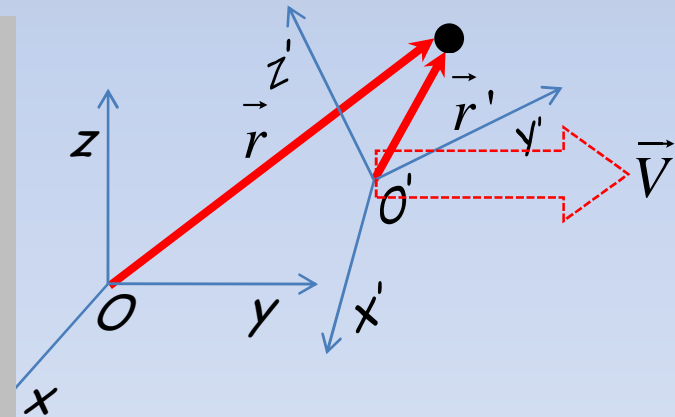
#### Principio di Relatività Galileiano

*per mezzo delle leggi meccaniche non è possibile distinguere un sistema di riferimento inerziale tra gli infiniti possibili*

*secondo le leggi meccaniche tutti i riferimenti inerziali sono equivalenti*

*per mezzo di esperimenti meccanici non è possibile determinare lo stato di moto uniforme (velocità) di un riferimento inerziale*

*secondo le leggi meccaniche non esiste un riferimento inerziale privilegiato*



Se questa fosse una proprietà della sola meccanica o di tutta la fisica per lungo tempo non fu chiaro. Einstein fece questa ipotesi e formulando al TRR per primo ne dedusse tutte le conseguenze. Limitatamente all'ambito della meccanica comunque la impossibilità di stabilire lo stato di moto o di quiete di un osservatore (soggetto ad un moto tranquillo, ovvero inerziale) è sicuramente nota dall'antichità:

---

La scuola alessandrina, in particolare **Aristarco di Samo** (310-230 a.C.), aveva anticipato molte delle conclusioni di Copernico compresa la centralità del sole ed il moto terrestre attorno ad esso. Dunque doveva avere chiaro che tale moto non provocava effetti osservabili per coloro che si trovavano sulla terra (non ne siamo certi poiché le opere originali sono perdute e conosciamo le idee di Aristarco solo attraverso le citazioni di altre opere posteriori quali l'*Arenario* di Archimede).

---

Certamente tale concetto era molto chiaro a N. Copernico:

---

**La inosservabilità dello stato di moto, da *De revolutionibus orbium coelestium*, N. Copernico 1543:**

Fra cose che si muovono a uguale velocità verso il medesimo punto, non si percepisce alcun movimento [...] quando una nave viaggia nella bonaccia, i naviganti vedono tutte le cose che sono fuori di essa muoversi ad immagine del suo movimento e, inversamente, credono se stessi e tutto ciò che hanno con sé in riposo [...] Ma che potremo dire, dunque, delle nubi e di tutte le altre cose sospese nell'aria, sia di quelle che tendono al basso come di quelle che, invece, volgono verso l'alto? Niente altro se non che non solo la Terra con l'elemento acqueo che le è unito si muove in tal modo, bensì anche una parte non trascurabile dell'aria [...]

---

E fu espresso con ancor maggior chiarezza da Galileo

---

**La inosservabilità dello stato di moto**, dal *Dialogo sopra i due massimi sistemi del mondo*, G. Galilei 1632:

[...] Rinserratevi nella maggiore stanza che sia sotto coperta di alcun gran navilio, e quivi fate d'aver mosche, farfalle e simili animaletti volanti; siavi anco un gran vaso d'acqua, e dentrovi dei pescetti; suspendasi anco in alto qualche secchiello che a goccia a goccia vadia versando dell'acqua in un altro vaso di angusta bocca, che sia posto a basso: e stando ferma la nave, osservate diligentemente come quegli animaletti volanti con pari velocità vadano verso tutte le parti della stanza; i pesci si vedranno andar notando indifferentemente per tutti i versi; le stille cadenti entreranno tutte nel vaso sottoposto [...]

Osservate che avrete diligentemente tutte queste cose, benchè niun dubbio ci sia che mentre 'l vassello sta fermo non debbano succedere così, fate muover la nave con quanta si voglia velocità, chè (purchè il moto sia uniforme e non fluttuante [...]) voi non riconoscerete una minima mutazione in tutti li nominati effetti, nè da alcuno di quelli potrete comprendere se la nave cammina oppure sta ferma [...]

---

In linea con in commenti sulla natura dello spazio vogliamo sottolineare che la inosservabilità del moto uniforme (rispetto alle stelle fisiche) non esclude la esistenza di uno spazio dotato di proprietà fisiche (etere) ad esse associato. Tale fatto prova solo che le proprietà di questo spazio non sono osservabili per mezzo di traslazioni uniformi (dunque rispetto alle traslazioni a velocità uniforme lo spazio è 'simmetrico') mentre lo sono per mezzo delle accelerazioni:

---

**Sulla esistenza dell'etere**, da una *Lettera ad A. Lorentz*, A. Einstein 1919:

[...] Sarebbe stato più corretto se nelle mie prime pubblicazioni mi fossi limitato a sottolineare l'irrealtà della velocità dell'etere, invece di sostenere soprattutto la sua non esistenza. Ora comprendo che con la parola 'etere' non si intende nient'altro che la necessità di rappresentare lo spazio come portatore di proprietà fisiche. [...]

---



Poiché attraverso le leggi meccaniche non è possibile determinare lo stato di moto di un riferimento inerziale, ne consegue anche in particolare, che *non sia possibile determinare la direzione del moto e la posizione nello spazio*. Possiamo allora affermare le seguenti proprietà:

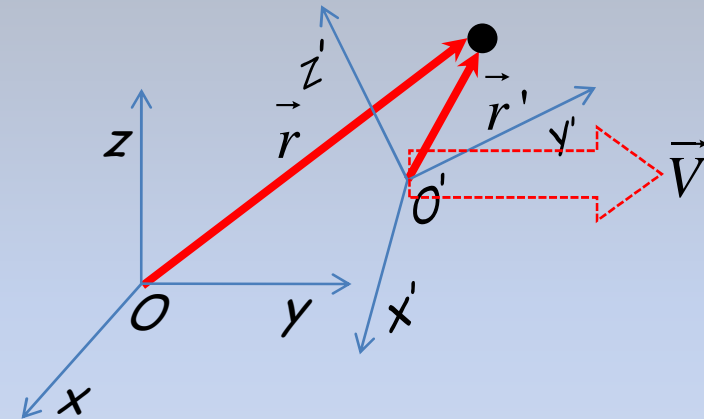
### Isotropia ed Omogeneità

*per mezzo delle leggi meccaniche non è possibile distinguere l'orientamento e la posizione nello spazio di un riferimento inerziale*

*secondo le leggi meccaniche tutti le orientazioni e le posizioni nello spazio dei riferimenti inerziali sono equivalenti*

*attraverso esperimenti meccanici non è possibile determinare l'orientazione e la posizione nello spazio di un riferimento inerziale*

*secondo le leggi meccaniche non esiste una orientazione ed una posizione spaziale privilegiata del riferimento inerziale*



L'assenza di direzioni e posizioni privilegiate nella scelta del riferimento inerziale ci conduce ancora una volta a fondamentali proprietà dello spazio: *rispetto alle traslazioni e rotazioni lo spazio è simmetrico.*

Fine della lezione di Mercoledì 7 Aprile 2010