PROGETTO "e-Learning"
PRESIDENZA DI INGEGNERIA
http://elearning.ing.unibo.it
Facoltà di Ingegneria
ALMA MATER STUDIORUM UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

Copyright 2003 ALMA MATER STUDIORUM - Univeria di Bologna
"Principi della dinamica"
A. A. 2008
Autore MASSA IGNAZIO GIACOMO
Corso di FISICA GENERALE L-C
Facoltà di Ingegneria
Tipo di Materiale Dispense

PROGETTO "e-Learning"
PRESIDENZA DI INGEGNERIA
http://elearning.ing.unibo.it
Facoltà di Ingegneria
ALMA MATER STUDIORUM UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

Copyright 2003 ALMA MATER STUDIORUM - Univerità di Bologna
"Principi della dinamica" A. A. 2008
Autore MASSA IGNAZIO GIACOMO
Corso di FISICA GENERALE L-C
Facolta di Ingegneria Tipo di Materiale Dispense

CAPITOLO 4

I PRINCIPI DELLA DINAMICA

Compendio

La Fisica si propone di interpretare e prevedere i vari fenomeni mediante un numero limitato di Leggi fondamentali; nella Dinamica l'attenzione è posta sull'influenza che sul moto dei corpi hanno le interazioni con gli altri corpi: nell'ambito della Fisica classica le leggi fondamentali della Dinamica sono i tre principi formulati da Newton. L'osservazione a livello macroscopico fa distinguere fra interazioni a contatto (spinta, trazione, ecc.) e a distanza (attrazione della Terra, interazione fra magneti e fra cariche elettriche, ecc.). Per rappresentare le caratteristiche delle azioni che si esercitano su un corpo si introduce il concetto di forza. Le forze possono produrre sia effetti dinamici sia deformazioni. Quest'ultimo effetto viene utilizzato per misurare l'intensità delle forze mediante i dinamometri. I fatti sperimentali indicano che la forza è una grandezza vettoriale. L'effetto complessivo di più forze è equivalente a quello del loro risultante (Principio di sovrapposizione). Le forze si possono compensare a vicenda e un corpo, inizialmente fermo, resta in equilibrio se il risultante delle forze applicate è nullo. Un'interazione fra due corpi determina forze su entrambi. A volte la libertà di moto di un corpo è limitata da altri corpi (vincoli), che agiscono su esso con forze chiamate reazioni vincolari. Il Principio di inerzia asserisce che, in assenza di forze, un corpo o sta fermo o mantiene inalterata la propria velocità. Tale proprietà definisce una classe particolare di sistemi di riferimento: i sistemi inerziali. Un sistema di riferimento solidale con le stelle fisse può essere considerato inerziale, mentre un riferimento solidale con la Terra lo è solo approssimativamente; noto un sistema inerziale, sono inerziali solo quelli che traslano rispetto a esso con velocità costante. Le leggi della Meccanica del punto materiale sono particolarmente semplici nei sistemi inerziali: il legame fra forze agenti e variazione dello stato di moto è stabilito dal Secondo Principio della Dinamica, che afferma la proporzionalità tra il risultante delle forze e l'accelerazione, mediante un fattore scalare, caratteristico del corpo, che ne rappresenta la massa. Definita la quantità di moto di un punto materiale, si può esprimere il Secondo Principio in una forma più generale, da cui si deducono i teoremi dell'impulso e del momento angolare. L'origine materiale delle forze e il loro legame con le interazioni sono espressi dal Principio di azione e reazione, che costituisce una prima enunciazione del Terzo Principio dellla Dinamica. Negli Approfondimenti si discutono le relazioni fra massa e peso, l'equivalenza dei sistemi di riferimento inerziali e il ruolo delle interazioni fondamentali.

4-1 Introduzione

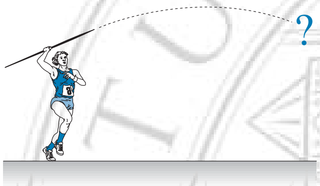

FIGURA 4-1
Siamo in grado di prevedere dove cadrà il giavellotto?

È già stato sottolineato più volte che la Fisica si propone d'interpretare il comportamento della Natura mediante un numero limitato di Leggi fondamentali. Per quel che riguarda la Meccanica, in particolare, a tali Leggi si perviene nel processo di comprensione delle diverse modalità con cui i corpi si muovono; delle cause per cui la loro traiettoria sia circolare, oppure rettilinea, e così via. Le Leggi della Meccanica sono anche il punto di partenza per fare previsioni sul moto dei corpi, una volta che siano note certe *condizioni iniziali* (fig. 4-1) e le *interazioni con l'ambiente*.

Le Leggi fisiche, quando sono fondate su una grande molteplicità di verifiche sperimentali e definiscono il comportamento di tutti i sistemi fisici relativamente a una classe estesa di fenomeni, assumono il ruolo di *Principi*. Questi, pur nascendo da un'intuizione, o dallo sviluppo di uno schema logico e razionale, mantengono la loro validità solo se sono in grado di fare previsioni sui risultati di esperimenti; e queste previsioni devono essere ripetutamente verificate.

Al momento ci limiteremo a discutere i Principi della Dinamica ***classica***, così come sono stati introdotti da Galileo e da Newton. Essi descrivono correttamente il moto dei corpi macroscopici che si muovono, rispetto all'osservatore, con velocità piccola rispetto a quella della luce nel vuoto ($c \approx 3 \cdot 10^8$ m/s). Al di fuori di tali condizioni è necessario appoggiarsi ad altre teorie, sviluppate solo nel corso del XX secolo. In particolare, quando le velocità non sono trascurabili rispetto a c bisogna fare ricorso alla *Relatività ristretta*, teoria sviluppata da Einstein all'inizio del secolo; inoltre, per la descrizione del comportamento di corpi microscopici, in generale è necessario utilizzare la *Meccanica quantistica*.

4-2 Interazioni e ambiente

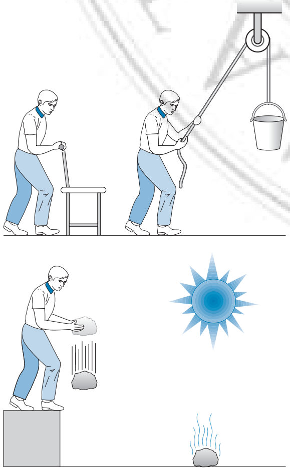

FIGURA 4-2
Corpi che interagiscono con l'ambiente.

Una delle proprietà più importanti che possiamo desumere dalle osservazioni dei fenomeni naturali è la dipendenza del comportamento di un corpo (e in particolare del suo moto) dalla presenza di altri corpi, cioè dall'*interazione* che esso ha con l'ambiente in cui si trova. Spostiamo una seggiola spingendola o trainandola; portiamo in alto un secchio tirando una corda che passa in una carrucola; un sasso, lasciato libero a una certa quota, cade sotto l'azione di attrazione della Terra; lo stesso sasso, esposto ai raggi del Sole, si riscalda, ecc. (fig. 4-2). In tutte queste situazioni l'oggetto che c'interessa *interagisce* con l'ambiente. Queste interazioni sono in generale molto complesse, ma spesso accade che solo pochi elementi dell'ambiente influiscano in modo determinante sul moto

PROGETTO "e-Learning"
PRESIDENZA DI INGEGNERIA
http://elearning.ing.unibo.it
Facoltà di Ingegneria
ALMA MATER STUDIORUM UNIVERSITÀ DI BOLOGNA
Copyright 2003 ALMA MATER STUDIORUM - Univerità di Bologna
"Principi della dinamica" A. A. 2008
Autore MASSA IGNAZIO GIACOMO
Corso di FISICA GENERALE L-C
Facoltà di Ingegneria Tipo di Materiale Dispense

PROGETTO "e-Learning"
PRESIDENZA DI INGEGNERIA
http://elearning.ing.unibo.it
Facoltà di Ingegneria
ALMA MATER STUDIORUM UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

 ISBN 88-408-0963-5

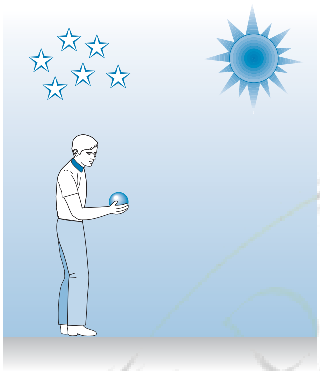

FIGURA 4-3
Un corpo interagisce con la mano, con la Terra, con il Sole, con le stelle, ecc.

del corpo; di norma, dunque, si cerca d'individuare le interazioni importanti e quelle trascurabili.

Come discuteremo con maggiore dettaglio nel seguito, sappiamo che le interazioni fra i corpi diminuiscono d'importanza quando essi vengono allontanati fra loro; e dunque, il criterio della distanza può aiutarci a fare una preliminare selezione degli effetti rilevanti e di quelli trascurabili. Ovviamente, il trascurare certe interazioni implica delle approssimazioni; esse sono accettabili se compatibili con il livello di accuratezza che ci si è proposti di raggiungere. Ciò fatto, si cerca d'interpretare il moto del corpo analizzando solo le interazioni con i *corpi che contano,* cioè con l'***ambiente circostante.*** Quando sosteniamo un oggetto con la mano, i corpi che interagiscono con esso in modo primario sono la mano stessa e la Terra (che attira il corpo). Evidentemente il corpo interagisce anche con l'aria in cui è immerso, sente l'attrazione del Sole e delle stelle lontane, e così via (fig. 4-3): ma si intuisce che si può considerare l'ambiente circostante come costituito soltanto dalla mano e dalla Terra, almeno in prima approssimazione.

4-3 Forze

Nello studio della Dinamica si cercano le correlazioni fra le caratteristiche del moto dei corpi e quelle delle interazioni cui sono sottoposti. Inizialmente conviene fare riferimento a uno solo di tali corpi, considerandolo *sottoposto all'azione prodotta dagli altri corpi* appartenenti all'ambiente: tali azioni vengono espresse, in forma quantitativa, attraverso una fondamentale grandezza, *la forza*, che ha un ruolo centrale nella descrizione delle interazioni nella Fisica classica.

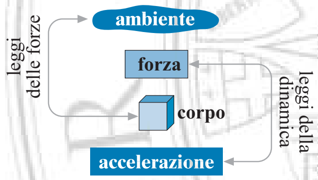

FIGURA 4-4
Programma della Meccanica.

Il programma della Meccanica classica è, in realtà, più ampio di quanto sopra enunciato e potrebbe essere riassunto come nella figura 4-4, nella quale sono messi in evidenza i due principali obiettivi della Meccanica:

i) *lo studio delle leggi del moto di un dato corpo soggetto a forze note*;
ii) *la derivazione delle leggi che regolano le interazioni fra i corpi, attraverso lo studio dei loro moti.*

Il concetto primitivo di forza è strettamente connesso alla *sensazione* (ampiamente soggettiva) di *sforzo* che si prova nello spingere o nel trascinare oggetti, cioè nell'interagire con essi. Quando la nostra automobile si rifiuta di partire e siamo costretti a spingerla, le stiamo applicando una forza (fig. 4-5); se trasciniamo una cassa sul pavimento, tirandola con una corda, applichiamo una forza alla cassa tramite la corda. Se poi la cassa è talmente pesante da non poter essere spostata, l'azione esercitata, pur se non genera movimento, ha come risultato una certa deformazione nel punto in cui la corda è attaccata alla cassa. Questo è un aspetto importante: ogniqualvolta si agisce su un corpo, questo subisce una deformazione, piccola o grande che sia. Effetti dello stesso tipo si verificano anche quando l'interazione avviene senza sforzo muscolare, cioè fra sistemi inanimati, come nel caso di una motrice ferroviaria che trascina i vagoni che le sono stati agganciati; assumeremo quindi di utilizzare, anche in tali situazioni, lo stesso concetto di forza.

FIGURA 4-5
Esempi di forze a contatto.

Dall'analisi dei fenomeni precedentemente descritti, e di molti altri che rientrano nell'esperienza quotidiana, si può desumere che:

1) le forze si presentano in coppie, nel senso che i *corpi interagenti esercitano* forze l'uno sull'altro;

Copyright 2003 ALMA MATER STUDIORUM - Univerità di Bologna
"Principi della dinamica" A. A. 2008
Autore MASSA IGNAZIO GIACOMO
Corso di FISICA GENERALE L-C
Facoltà di Ingegneria
Tipo di Materiale Dispense

PROGETTO "e-Learning"
PRESIDENZA DI INGEGNERIA
http://elearning.ing.unibo.it
Facoltà di Ingegneria
ALMA MATER STUDIORUM UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

ISBN 88-408-0963-5

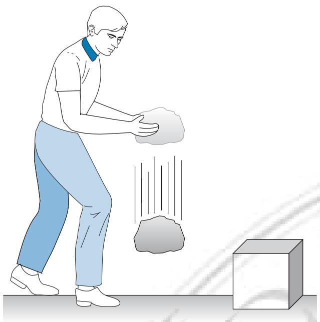

FIGURA 4-6
Occorre un vincolo perché un corpo non cada.

2) è naturale caratterizzare le forze con una *intensità*, una *direzione* orientata e una *regione di applicazione*;
3) le forze possono produrre *variazioni dello stato di moto* dei corpi sui quali esse agiscono;
4) le forze possono *deformare* i corpi su cui agiscono;
5) le forze si possono *compensare* a vicenda, assicurando l'*equilibrio* di corpi soggetti a molteplici interazioni con altri corpi che li circondano.

Le forze considerate finora vengono comunemente denominate ***forze a contatto***, perché dal punto di vista *macroscopico* sono associate a un contatto fisico esistente fra i corpi che interagiscono; oltre ad esse ne esistono altre, denominate ***forze a distanza***, che si manifestano anche se i corpi non si toccano. Fra queste, di grande rilievo è la forza con cui la Terra attrae tutti i corpi che la circondano e che dà origine al loro ***peso***. Il fatto che un oggetto abbandonato a se stesso, a una certa altezza dal suolo, cada verso il basso, indica che esiste un effetto attrattivo, responsabile della variazione dello stato del corpo che passa dalla quiete al moto. Se lo stesso oggetto viene posto su un pavimento, non cade, perché il pavimento, che funziona da *vincolo*, deformandosi glielo impedisce (fig. 4-6). Tuttavia, se il carico è troppo elevato il pavimento si sfonda e tutto precipita ai piani inferiori (nessuna persona di buon senso installerebbe un'officina meccanica con torni e frese al primo piano di un'abitazione!).

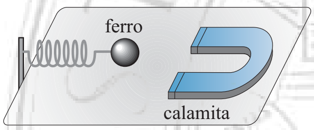

FIGURA 4-7
Azione *a distanza* fra ferro e magnete.

Altri esempi di forze a distanza sono le azioni che si manifestano fra calamite e oggetti di ferro. È noto che una calamita può attirare aghi o spilli, sollevandoli, senza necessariamente toccarli (fig. 4-7). Se non l'avete mai fatto, convincetevi dell'esistenza delle forze a distanza con un esperimento di facile esecuzione. Dopo aver ritagliato o strappato frammenti di un foglio di carta, strofinate con un fazzoletto una penna a sfera e avvicinatela ai frammenti: questi si solleveranno dal tavolo senza essere toccati, mettendo in evidenza l'esistenza di un'altra forza a distanza, quella elettrostatica

TABELLA 4-1
Valori di alcune forze caratteristiche.

Fenomeno	*Modulo della forza* (N)
Attrazione gravitazionale Terra-Sole	$3{,}5 \cdot 10^{22}$
Attrazione gravitazionale Terra-Luna	$2{,}0 \cdot 10^{20}$
Spinta del razzo vettore Saturno 5	$3{,}3 \cdot 10^{7}$
Trazione di un rimorchiatore	10^{6}
Trazione di una locomotiva	$5 \cdot 10^{5}$
Freni di un'auto	10^{4}
Interazione fra due nucleoni nel nucleo	10^{4}
Spinta di un motore d'auto	$7 \cdot 10^{3}$
Peso di un uomo	$7 \cdot 10^{2}$
Peso di una mela	1
Peso di una monetina	$5 \cdot 10^{-2}$
Forza elettrica fra protone ed elettrone in un atomo di H	$8 \cdot 10^{-8}$
Forza gravitazionale fra protone ed elettrone in un atomo di H	$5 \cdot 10^{-46}$

Copyright 2003 ALMA MATER STUDIORUM - Univerità di Bologna
"Principi della dinamica" A. A. 2008
Autore MASSA IGNAZIO GIACOMO
Corso di FISICA GENERALE L-C
Facoltà di Ingegneria Tipo di Materiale Dispense

 ISBN 88-408-0963-5

PROGETTO "e-Learning"
PRESIDENZA DI INGEGNERIA
http://elearning.ing.unibo.it
Facoltà di Ingegneria
ALMA MATER STUDIORUM UNIVERSITÀ DI BOLOGNA
Copyright 2003 ALMA MATER STUDIORUM - Univerità di Bologna
"Principi della dinamica" A. A. 2008
Autore MASSA IGNAZIO GIACOMO
Corso di FISICA GENERALE L-C
Facoltà di Ingegneria Tipo di Materiale Dispense

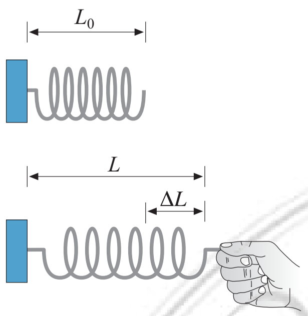

FIGURA 4-8
Il dinamometro è un apparecchio tarato con cui misurare l'intensità di una forza.

In sintesi, le forze hanno due tipi di effetti: ***modificano lo stato di moto*** dei corpi su cui agiscono e ***li deformano***.

Poiché ogni grandezza fisica è definita dall'insieme dei possibili modi in cui si può misurarla, è su queste proprietà che possiamo basarci per arrivare a una definizione operativa delle forze. La proprietà di deformare i corpi viene generalmente preferita, in quanto, permettendo misurazioni statiche, risulta più agevole. Inoltre, dato che l'obiettivo principale del nostro studio (della Dinamica) è costituito dagli effetti delle forze sul moto dei corpi, sembra opportuno utilizzare una definizione operativa che prescinda, per quanto possibile, da tali effetti. I valori di alcune forze caratteristiche riportati in tabella 4-1 sono espressi in *newton*, unità del sistema SI che sarà definita nel seguito.

4-4 Definizione operativa delle forze

La scelta di misurare le forze attraverso i loro *effetti statici* richiede anzitutto che si utilizzino sistemi facilmente deformabili, in modo da poter misurare con sufficiente precisione gli effetti della deformazione. A ciò si prestano le molle elicoidali che, per le loro proprietà elastiche, si allungano e si accorciano facilmente quando sono sottoposte a trazione o a compressione, e riassumono la lunghezza iniziale quando cessa l'azione cui erano state assoggettate (fig. 4-8). È quindi sufficiente fissare un estremo della molla a un supporto fisso, tirare l'estremo libero e osservare l'allungamento. È necessario che si fissi un estremo della molla, altrimenti anziché allungarsi, essa verrebbe trascinata e non servirebbe al nostro scopo! Le sperimentazioni che si possono condurre sulla Terra mostrano che se, anziché tirare o spingere, si attacca un corpo all'estremità libera, si ottiene anche in questo caso un allungamento (fig. 4-9). Il sistema descritto, una volta tarato, prende il nome di ***dinamometro*** e permette di definire le forze in maniera operativa.

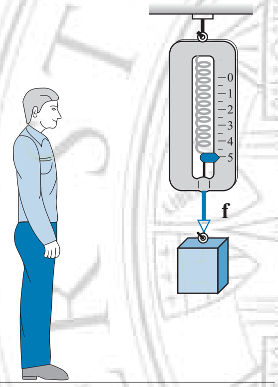

FIGURA 4-9
Il dinamometro è sollecitato da una forza.

Supponiamo infatti di avere a disposizione un certo numero di oggetti e di appenderli uno alla volta a un dinamometro il cui altro estremo è stato collegato a un sostegno. Misureremo deformazioni diverse e ciò permetterà di stabilire un *confronto* tra forze diverse: quelle di maggior intensità provocano deformazioni, cioè allungamenti della molla, di maggior entità. Se le *deformazioni* sono *uguali*, le *forze* sono assunte *uguali*. Individuati con questo procedimento due corpi che provocano la stessa deformazione, possiamo appenderli entrambi allo stesso dinamometro e misurare l'allungamento della molla (fig. 4-10). Assumiamo che tale deformazione misuri l'azione di una forza d'intensità *doppia* (*rispetto* alla precedente). Non è detto che il corrispondente allungamento della molla sia uguale al doppio di quelli precedentemente osservati (fig. 4-11), ma ciò non ha importanza: quest'operazione consente di tarare il dinamometro, cioè di stabilire una scala graduata per la misurazione delle forze.

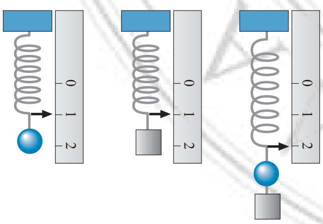

FIGURA 4-10
Come segnare il punto corrispondente al valore 2.

Nelle precedenti considerazioni sono contenute due ipotesi: l'azione della forza si esplica lungo una direzione, quella lungo cui si dispone il dinamometro; inoltre, forze aventi la stessa direzione si comportano come vettori. Non possiamo però generalizzare acriticamente tali assunzioni, poiché sappiamo che il fatto di associare a una grandezza fisica una direzione non è sufficiente a qualificarla come grandezza vettoriale; si potrà parlare di un vettore solo dopo aver verificato che la ***grandezza*** si comporta ***come un vettore*** nell'operazione di ***somma***. Per analizzare il carattere vettoriale delle forze, è utile far uso di elementi come fili e

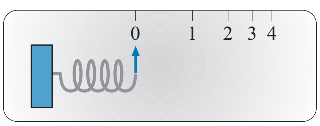

FIGURA 4-11
La scala del dinamometro può essere non lineare.

PROGETTO "e-Learning"
PRESIDENZA DI INGEGNERIA
http://elearning.ing.unibo.it
Facoltà di Ingegneria
ALMA MATER STUDIORUM UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

ISBN 88-408-0963-5

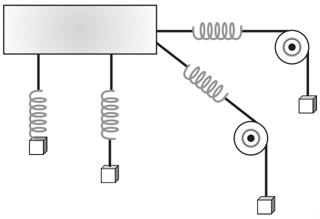

FIGURA 4-12
Dinamometri in posizione diverse misurano la stessa intensità della forza.

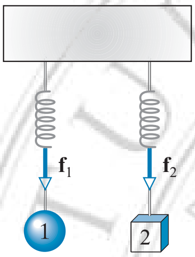

FIGURA 4-13
Le forze con cui i due fili agiscono sul dinamometro hanno lo stesso modulo.

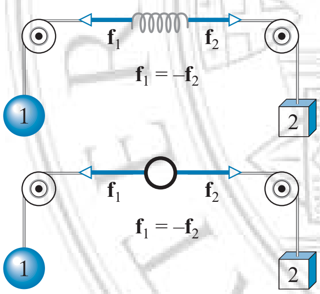

FIGURA 4-14
Equilibrio fra due forze.

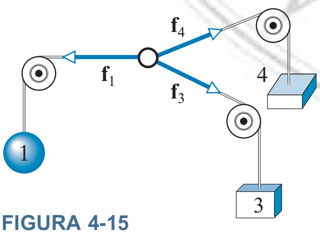

FIGURA 4-15
Equilibrio fra tre forze.

carrucole (ideali), che consentono di cambiare la direzione in cui agisce la forza, senza cambiarne il modulo. Tale proprietà può essere sperimentata con sistemi come quelli di figura 4-12, con i quali si osserva che, a parità di corpo appeso, la deformazione del dinamometro è (praticamente) sempre la stessa.

Prendiamo dunque in considerazione due corpi che, appesi a un dinamometro, ne provochino (separatamente) la stessa deformazione (fig. 4-13): ciò vuol dire che le due forze rappresentate in figura hanno lo stesso modulo *f*. Possiamo quindi collegare gli stessi due corpi a un dinamometro, nella configurazione mostrata in figura 4-14. Si osserva che esso, se inizialmente fermo, resta in equilibrio; inoltre, il valore da esso misurato è ancora *f*. Si può dunque affermare che:

a) il dinamometro è soggetto all'azione di due forze uguali e opposte (hanno lo stesso modulo e agiscono sulla stessa retta, ma in versi opposti), e sta in equilibrio;

b) il dinamometro segna il valore dell'intensità della forza che agisce in ciascuno dei suoi due estremi.

Poiché il dinamometro non è un corpo privilegiato, ma ha solo la proprietà di deformarsi in modo più evidente, dobbiamo aspettarci che la situazione non cambi sostituendolo con un diverso oggetto, per esempio un anellino come quello di figura 4-14. I risultati sperimentali confermano tale previsione e ci consentono dunque di affermare che, *se le forze* $\mathbf{f}_1$ *e* $\mathbf{f}_2$ *agenti sull'anello sono uguali e contrarie*, l'anello resta in equilibrio.

L'azione contemporanea di più forze può essere investigata applicando successivamente all'anello un'altra forza, tramite un terzo filo: si osserva che l'anello resta in equilibrio nella stessa posizione precedente quando le forze $\mathbf{f}_3$ e $\mathbf{f}_4$ (fig. 4-15), sommate come vettori, danno come risultato $\mathbf{f}_2$ (fig. 4-16). Se ne può concludere che i fatti sperimentali sono compatibili con l'ipotesi secondo cui *le forze si sommano come vettori*. Questa proprietà viene anche denominata ***Principio di sovrapposizione*** delle forze o di *indipendenza delle azioni simultanee*.

Fra l'altro, la precedente discussione ha messo in evidenza che un metodo utilizzabile per la misurazione delle forze consiste nel farle equilibrare da forze note. Infatti l'uguaglianza tra $\mathbf{f}_2$ e $\mathbf{f}_3 + \mathbf{f}_4$ è stata dedotta dal fatto che esse erano equilibrate dalla stessa forza $\mathbf{f}_1$.

Sfruttando le proprietà vettoriali delle forze in varie situazioni sperimentali, è possibile verificare che, *quando un corpo* (dinamometro, anello) *è in equilibrio, la somma vettoriale di tutte le forze agenti su esso è nulla* (fig. 4-16).

Un'analisi accurata delle situazioni descritte, basata sul Principio di azione e reazione, verrà fatta nel paragrafo 4-10. È utile anticipare qui che l'azione trasferita da fili e carrucole ideali, in situazioni come quelle di figura 4-12 e di figura 4-13, è quella del peso del corpo: in queste condizioni il dinamometro misura anche il modulo della forza peso degli oggetti appesi.

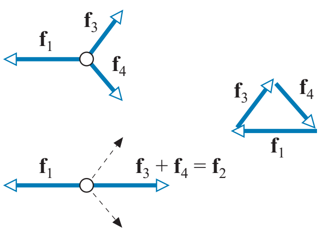

FIGURA 4-16
La somma di due forze si ottiene con la regola del parallelogramma. Quando c'è equilibrio, la somma delle forze applicate è nulla.

Copyright 2003 ALMA MATER STUDIORUM - Univerità di Bologna
"Principi della dinamica" A. A. 2008
Autore MASSA IGNAZIO GIACOMO
Corso di FISICA GENERALE L-C
Facoltà di Ingegneria Tipo di Materiale Dispense

ISBN 88-408-0963-5

Esempio 4-1

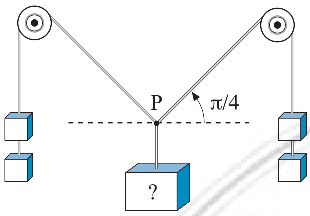

FIGURA 4-17
Quanto vale il contrappeso incognito?

Se i corpi noti disegnati in figura 4-17 hanno lo stesso peso, assunto come unitario, quale dev'essere il peso incognito perché il punto materiale P resti in equilibrio?

Sul punto materiale P agiscono tre forze, dovute ai tre fili che da esso si diramano. Dato che il filo attaccato al corpo incognito agisce solo in verticale, per simmetria le componenti orizzontali delle forze degli altri due fili si compensano. Dunque, perché vi sia equilibrio, è sufficiente che sia nulla la risultante di tutte le componenti verticali. Il contributo di ciascun filo che passa nella carrucola è (in verticale): $2\ \sin(\pi/4) = \sqrt{2}$ *unità*. Di conseguenza il modulo del peso del corpo incognito dev'essere $2\sqrt{2}$ *unità*.

È bene sottolineare che nella soluzione dell'esercizio si è fatta l'ipotesi che fili e carrucole siano ideali, cioè si limitino a trasferire le azioni dei pesi, senza alterarne le intensità.

4-5 Reazioni vincolari

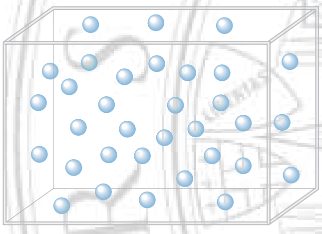

FIGURA 4-18
Molecole vincolate entro un recipiente.

Come discusso nei paragrafi precedenti, le interazioni di un corpo con quelli presenti nell'ambiente circostante presentano diversi tipi di caratteristiche: alcune forze (come il peso) agiscono in modo *attivo*, per esempio mettendo il corpo in movimento, se è fermo, oppure obbligandolo a cambiare la direzione del moto; in alcune circostanze, invece, le forze esercitate da altri corpi limitano il moto (a volte soltanto in certe direzioni e non in altre), oppure impediscono di accedere a particolari zone dello spazio. Ad esempio, le molecole di un gas chiuso in un recipiente non possono uscirne (fig. 4-18): le pareti costituiscono un vincolo ai loro movimenti.

Un corpo, non trattenuto, cade sotto l'azione (attiva) del suo peso **w**; se invece viene appoggiato su un piano orizzontale non cade, ma resta in equilibrio (fig. 4-19). Questo implica che il tavolo eserciti ***sul punto materiale*** una forza **R**, esattamente opposta alla forza peso.

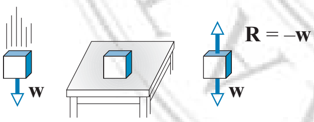

FIGURA 4-19
Il tavolo costituisce un vincolo per il punto materiale.

Si osservi che, nella situazione descritta, un corpo (il tavolo) si deforma per effetto di un'azione attiva esterna (dovuta al punto materiale), e agisce, a sua volta, in senso inverso all'azione che l'ha deformato. Se portassimo corpo e tavolo sulla Luna, il «peso» del corpo sarebbe minore. Dunque, essendo quest'ultimo ancora in equilibrio, anche l'azione del tavolo su di esso diminuirebbe: si dice quindi che il piano esercita una *reazione*, nel senso che applica una forza che dipende dall'azione di altre forze. Essa rappresenta l'*interazione di contatto* fra piano e corpo, la cui intensità dipende dal grado di contatto: nell'esempio fatto, è l'attrazione gravitazionale (della Terra sul corpo) che tiene il corpo più o meno premuto contro il tavolo. La reazione del piano impedisce al corpo alcuni movimenti (in questo caso lungo la verticale, e solo verso il basso) ma non altri (il corpo può ancora muoversi in orizzontale). Il piano dunque viene considerato un vincolo: la forza da esso esercitata prende così il nome di *reazione vincolare*.

Si verifica sperimentalmente che la reazione del vincolo è una forza che può avere sia un componente perpendicolare, sia un componente tangenziale alla superficie nel punto di contatto. Il ***vincolo*** viene detto ***liscio*** se è in grado di reagire soltanto con una forza perpendicolare alla

PROGETTO "e-Learning"
PRESIDENZA DI INGEGNERIA
http://elearning.ing.unibo.it
Facoltà di Ingegneria
ALMA MATER STUDIORUM UNIVERSITÀ DI BOLOGNA
Copyright 2003 ALMA MATER STUDIORUM - Univerità di Bologna
"Principi della dinamica" A. A. 2008
Autore MASSA IGNAZIO GIACOMO
Corso di FISICA GENERALE L-C
Facoltà di Ingegneria Tipo di Materiale Dispense

PROGETTO
"e-Learning"
PRESIDENZA DI
INGEGNERIA
http://elearning.ing.unibo.it
Facoltà di
Ingegneria
ALMA MATER STUDIORUM
UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

ISBN 88-408-0963-5

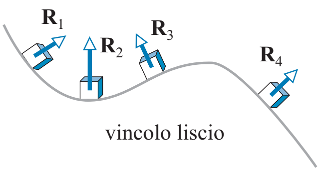

FIGURA 4-20
Le reazioni vincolari di una superficie liscia sono perpendicolari alla superficie stessa.

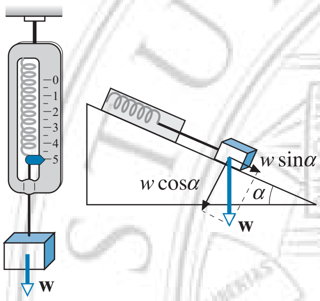

FIGURA 4-21
Il dinamometro sul piano segna un valore w sinα.

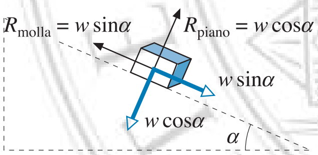

FIGURA 4-22
La reazione vincolare del piano fa equilibrio alla componente $w\cos\alpha$ del peso.

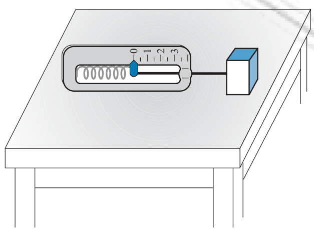

FIGURA 4-23
In questo caso il dinamometro segna zero!

superficie, nel punto di contatto (fig. 4-20). In questa situazione l'azione del vincolo consiste esclusivamente nel rendere inagibili al punto materiale alcune configurazioni spaziali. In caso opposto il vincolo è detto ***scabro***, e il componente tangenziale della reazione vincolare prende il nome di forza di ***attrito*** (radente). Malgrado non esistano vincoli perfettamente lisci, può essere comodo considerarli tali, al fine di semplificare la trattazione, quando la forza di attrito ha effetti trascurabili rispetto alle altre forze in gioco.

I vincoli sono molto importanti nella trattazione dei problemi di Meccanica e il trascurarli o dimenticarli diventa spesso causa di errore. Si pensi ai casi comparati di due corpi identici: uno liberamente soggetto alla forza peso, l'altro appoggiato su un piano inclinato liscio, e quindi vincolato nei suoi movimenti (fig. 4-21). Per tenere in equilibrio il primo, è necessario applicargli una forza esattamente opposta al peso, come si verifica facilmente attaccandolo a un dinamometro, il quale indica proprio il valore w. In effetti, in questo caso il dinamometro si comporta come un vincolo, che applica una reazione vincolare di modulo $R_{\text{molla}} = w$. Per tenere in quiete il corpo appoggiato sul piano inclinato, invece, è sufficiente una forza di modulo inferiore a w, diretta lungo il piano inclinato. In particolare, se il piano è inclinato di un angolo α, la forza necessaria per ottenere l'equilibrio risulta avere modulo $w \sin\alpha$.

La differenza è comprensibile soltanto tenendo in considerazione la presenza del piano, e quindi la sua azione sul corpo. Poiché il piano è supposto liscio, la reazione vincolare $\mathbf{R}_{\text{piano}}$ è perpendicolare al piano stesso, e dunque può bilanciare solo il componente del peso perpendicolare al piano (che ha modulo $w\cos\alpha$). Scomponendo il peso nei due componenti, tangenziale e perpendicolare al piano (fig. 4-22), si vede facilmente che per ottenere l'equilibrio è sufficiente applicare al corpo (per esempio con la molla del dinamometro) una forza che compensi il solo componente tangenziale del peso (di modulo $w\sin\alpha$); quello normale è già compensato dalla reazione vincolare del piano. Un caso limite è quello in cui l'inclinazione del piano è nulla ($\alpha = 0$); in questo caso la reazione vincolare del piano bilancia completamente il peso e il dinamometro non è per niente sollecitato (fig. 4-23).

4-6 Introduzione ai Principi della Dinamica

I *Principi della Dinamica* sono intrecciati in modo indissolubile con il problema dei sistemi di riferimento. Mentre dal punto di vista della Cinematica non esistono differenze sostanziali fra un sistema di riferimento e un altro, se non di comodo, la situazione è molto diversa in Dinamica. Esiste infatti una classe specifica di sistemi di riferimento nei quali le Leggi fondamentali assumono la stessa forma; in essi, inoltre, l'interpretazione fisica delle cause del moto dei corpi rientra in un quadro di particolare semplicità ed eleganza, che in altri casi non appare.

Il processo intellettuale della scienza verso la formulazione dei Principi della Dinamica ebbe una svolta storica con gli studi di Copernico, il quale per primo ebbe la grande intuizione di collocare il Sole, e non più la Terra, al centro dell'Universo. Questo fu l'inizio del crollo del mondo aristotelico, un mondo nel quale ogni moto, se si escludono quelli che Aristotele chiamava *moti spontanei*, richiede una causa, cioè una forza. Solo con gli studi di Galileo (in Meccanica) e di Keplero (in Astronomia), nel XVII secolo, il sistema copernicano ebbe definitiva consacra-

Copyright 2003
ALMA MATER STUDIORUM - Univerità di Bologna
"Principi della dinamica"
A. A. 2008
Autore
MASSA IGNAZIO GIACOMO
Corso di
FISICA GENERALE L-C
Facoltà di Ingegneria
Tipo di Materiale Dispense

 ISBN 88-408-0963-5

PROGETTO "e-Learning" PRESIDENZA DI INGEGNERIA http://elearning.ing.unibo.it Facoltà di Ingegneria ALMA MATER STUDIORUM UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

Copyright 2003 ALMA MATER STUDIORUM - Univerità di Bologna "Principi della dinamica" A. A. 2008 Autore MASSA IGNAZIO GIACOMO Corso di FISICA GENERALE L-C Facolta di Ingegneria Tipo di Materiale Dispense

zione. Gli esperimenti fondamentali di Galileo sul moto delle sferette lungo piani inclinati portarono alla prima formulazione di un Principio di inerzia. Come discuteremo a lungo, da ciò deriva l'esistenza di una particolare *classe di sistemi di riferimento*, detti *inerziali*. ***In tali sistemi, e solo in essi***, è possibile esprimere i tre Principi con i quali Newton, riprendendo da Galileo il Principio di inerzia, organizzava definitivamente e in forma compiuta una teoria sulle cause del moto (nei *Principia*, 1686).

Tali Principi stabiliscono, tra l'altro, alcune caratteristiche fondamentali delle forze, e possono essere enunciati in forma concisa, con riferimento allo schema di punto materiale:

1) un punto materiale non soggetto a forze, o soggetto a forze che si fanno equilibrio, mantiene una velocità costante (eventualmente nulla);
2) l'accelerazione di un punto materiale è proporzionale al risultante delle forze su di esso agenti;
3) se un corpo A esercita una forza **f** su un corpo B, questo a sua volta esercita su A una forza $-\mathbf{f}$, uguale e contraria alla precedente, e con la stessa retta di azione (fig. 4-24).

FIGURA 4-24
Interazione fra due corpi.

4-7 Primo Principio della Dinamica

4-7-1 Le indicazioni sperimentali

Le osservazioni sperimentali discusse nel paragrafo 4-4 (realizzate in sistemi di riferimento solidali con la superficie terrestre), suggeriscono che, se un punto materiale è in equilibrio (in quiete), il risultante di tutte le forze che su di esso agiscono è nullo. Questa condizione, che appare dunque necessaria, non risulta sperimentalmente sufficiente: è facile vedere che un corpo può essere soggetto a forze con risultante nullo, pur essendo in movimento. In effetti, in tutti gli esempi di equilibrio considerati fino ad ora, il corpo considerato si trovava ***inizialmente fermo***, ed era inoltre soggetto all'azione di più forze che non alteravano questo equilibrio. Un corpo appoggiato su un piano orizzontale, se era fermo resta fermo; ma se aveva una velocità non nulla?

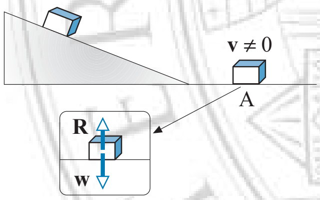

FIGURA 4-25
Nel punto A, le forze agenti sul corpo si equilibrano, ma esso non è in quiete.

Si consideri il caso illustrato in figura 4-25, nel quale il corpo scivola prima lungo un piano inclinato, acquistando una certa velocità, quindi si muove lungo il piano orizzontale, sufficientemente levigato da poter essere considerato liscio. Se si esamina la situazione del corpo, per esempio nel punto A, si trova che il sistema è soggetto a due forze con risultante nullo: la forza peso e la reazione vincolare del piano. Si noti che sul corpo non agisce nessun'altra forza, eppure esso non è in quiete ma si sta muovendo; proviamo dunque a studiarne il tipo di moto.

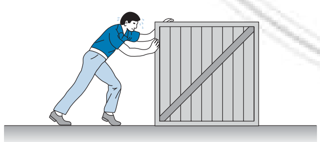

FIGURA 4-26
Bisogna continuare a spingere una cassa, perché essa si muova.

È esperienza quotidiana il fatto che, per far muovere un corpo lungo un piano (per esempio una cassa sul pavimento), è necessario continuare ad applicargli una forza (fig. 4-26); in sostanza, dobbiamo continuare a spingere la cassa, altrimenti essa si ferma. Osservazioni di questo tipo portarono Aristotele ad affermare erroneamente che, perché un corpo non si trovi in quiete (*stato naturale*), è necessario agire con una forza: ci vorrebbe una forza costante per provocare un moto uniforme.

È un grande risultato degli studi di Galileo l'aver compreso i limiti di questa descrizione della Natura, mettendo in rilievo il ruolo delle forze di attrito. Egli intuì, in sostanza, che quando un corpo scivola lungo una

ISBN 88-408-0963-5

superficie, come in figura 4-25 e in figura 4-26, viene continuamente rallentato da una forza (non equilibrata), che è il componente tangenziale della reazione vincolare.

Per noi oggi è possibile verificare con una certa precisione come questo influisca sul moto del corpo. È sperimentalmente noto che il frenamento dipende dai tipi di materiali di cui sono fatti il corpo e la superficie, e inoltre dal modo in cui essi sono trattati. Esistono poi i lubrificanti, cioè sostanze che riducono enormemente l'attrito fra i due corpi a contatto; si pensi all'olio, a esempio, che viene utilizzato nei motori delle automobili per ridurre l'attrito fra le parti in movimento (i pistoni) e quelle fisse (i cilindri). In effetti, abbiamo a disposizione molti accorgimenti che permettono a un corpo di scivolare su un piano più liberamente. Se il corpo e il piano orizzontale sono ambedue di legno, il corpo si fermerà, per effetto dell'attrito, dopo aver percorso un tratto abbastanza piccolo; se invece il piano orizzontale è una superficie ghiacciata, a parità di situazione il corpo continuerà a muoversi per un tratto molto maggiore. Se poi dotassimo il piano orizzontale di tanti piccoli fori, dai quali far uscire aria compressa, potremmo generare un vero e proprio cuscinetto d'aria; e troveremmo che la velocità del corpo diminuisce ancora più lentamente (fig. 4-27).

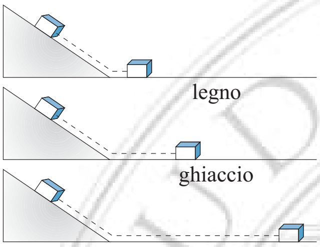

FIGURA 4-27
L'attrito dipende dai materiali a contatto. Nei tre casi, lo spazio percorso è diverso.

In Natura è praticamente impossibile creare una situazione in cui la forza d'attrito sia rigorosamente nulla; estrapolando però i dati sperimentali, ottenibili in situazioni sempre più vicine al caso limite di attrito nullo, si ha l'indicazione che, in tale caso, il corpo non rallenterebbe. Il corpo dunque si muoverebbe di moto uniforme (cioè, con velocità scalare costante). Si noti che in questo caso, cioè in assenza di attrito, la somma delle forze applicate al corpo sarebbe nulla. Già Galileo fu in grado di giungere a tale conclusione, realizzando una serie di esperimenti, condotti su distanze relativamente modeste. Questi esperimenti mostrarono anche che, nei limiti degli errori sperimentali, la traiettoria di un corpo come quello considerato è rettilinea: in altre parole, la velocità non cambia né in modulo né in direzione e verso; il ***vettore velocità*** si mantiene costante.

Le conclusioni di Galileo, il cui significato fu messo in evidenza già da Cartesio, furono successivamente generalizzate da Newton, che ne fece un Principio valido in tutto l'Universo. Poiché viene usualmente chiamata inerzia la tendenza a non cambiare (in questo caso, la velocità), questo Principio prende in genere il nome di *Principio di inerzia*. Per il momento lo esprimiamo così: quando un punto materiale non è soggetto a forze (sbilanciate) ha velocità costante (eventualmente nulla). Potremmo dire che *lo stato naturale* di un corpo è il moto rettilineo uniforme, di cui la quiete è un caso particolare (con $v = 0$).

Il fatto di essere costretti a spingere continuamente un corpo, per farlo muovere su un piano, s'interpreta con la necessità di applicare una forza che bilanci quella di attrito. Se non vi fosse attrito, una volta messo in moto, il corpo continuerebbe a muoversi liberamente a velocità costante; servirebbe una forza soltanto per mettere il corpo in movimento.

4-7-2 I sistemi di riferimento inerziali

È abbastanza evidente che un Principio come quello esposto non può valere in tutti i sistemi di riferimento. Sappiamo ad esempio che, per semplici ragioni cinematiche, la traiettoria di un corpo dipende dal sistema di

PROGETTO "e-Learning" PRESIDENZA DI INGEGNERIA http://elearning.ing.unibo.it Facoltà di Ingegneria ALMA MATER STUDIORUM UNIVERSITÀ DI BOLOGNA
Copyright 2003 ALMA MATER STUDIORUM - Univerità di Bologna "Principi della dinamica" A. A. 2008 Autore MASSA IGNAZIO GIACOMO Corso di FISICA GENERALE L-C Facoltà di Ingegneria Tipo di Materiale Dispense

PROGETTO "e-Learning"
PRESIDENZA DI INGEGNERIA
http://elearning.ing.unibo.it
Facoltà di Ingegneria
ALMA MATER STUDIORUM UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

 ISBN 88-408-0963-5

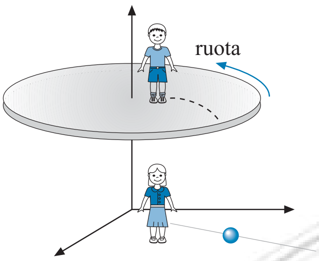

FIGURA 4-28
La traiettoria di un corpo dipende dal sistema di riferimento.

riferimento (fig. 4-28); in particolare, una stessa traiettoria può essere vista come rettilinea da un osservatore e curva da un altro (par. 3-22).

In effetti, ripetendo gli esperimenti di Galileo con strumentazioni più sofisticate, oggi si trova che anche sulla Terra la traiettoria di un corpo non soggetto a forze non è proprio rettilinea, ma leggermente curva: esperimenti famosi, come quello del pendolo di Foucault, hanno mostrato che il sistema di riferimento terrestre non soddisfa completamente il Principio di inerzia. Dobbiamo pensare dunque che venga meno la validità del Principio, oppure la Terra non costituisce un sistema di riferimento adatto? Esiste almeno un sistema di riferimento, detto ***inerziale,*** nel quale questo Principio vale esattamente (nei limiti degli errori sperimentali, naturalmente)?

Per verificare se un sistema di riferimento è inerziale, bisogna che un osservatore di tale sistema individui almeno un ***corpo libero***, cioè *non soggetto a forze* (***isolato***), oppure *soggetto a forze con risultante nullo* e ne studi il moto: se il corpo libero è in quiete o si muove con velocità costante (moto rettilineo e uniforme), il sistema di riferimento è inerziale; altrimenti no.

A tale scopo, l'esperienza può dare un'indicazione su come procedere; e l'esperienza insegna che le forze *dovute a corpi* (cioè di origine materiale) si attenuano *allontanando gli oggetti che interagiscono.* Realizzando ciò sperimentalmente si potrà verificare, per esempio, che man mano che i corpi vengono allontanati, cambia anche l'influenza di uno sull'altro (cioè sul loro stato). Quando, aumentando la distanza, non avvengono più cambiamenti, si può ragionevolmente assumere che il corpo d'interesse sia libero.

Nel tentativo di individuare un sistema di riferimento inerziale, nel quale valga questo Principio, un'accurata analisi (si veda anche il paragrafo 5-9) ha condotto nel passato a identificarlo con un sistema di riferimento $S_S$con origine nel Sole e assi diretti secondo le cosiddette *stelle fisse* (cioè la materia lontana dell'Universo). Sappiamo oggi che queste stelle, *apparentemente fisse*, sono in realtà galassie, in moto relativo le une rispetto alle altre, per l'espansione dell'Universo. D'altra parte, rispetto a un sistema inerziale l'Universo (su larga scala) deve risultare omogeneo e isotropo; caratteristica che permette a un corpo libero di comportarsi allo stesso modo in ogni punto dello spazio. Recenti osservazioni sperimentali indicano che nel sistema di riferimento S_S, la radiazione di fondo che permea tutto l'Universo, come residuo del Big Bang, presenta una leggera anisotropia. Ciò consente di risalire all'individuazione del sistema di riferimento inerziale S_0 nel quale la radiazione di fondo appare omogenea. Rispetto a esso il sistema S_S con origine nel Sole si muove con una velocità di (370 ± 10) km/s e con un'accelerazione dell'ordine di 10^{-10} m/s^2, derivante essenzialmente dal moto del Sole nella galassia.

Ai fini pratici delle applicazioni relative alla navigazione spaziale, l'esperienza dimostra che un sistema di riferimento S_S ancorato alle *stelle lontane* può essere considerato inerziale.

In realtà ***esistono infiniti sistemi di riferimento inerziali***: tutti quelli che traslano con moto rettilineo e uniforme rispetto al sistema S_0, precedentemente individuato. La verifica di ciò è immediata, nell'ambito della Fisica classica. In S_0 un punto materiale *libero* si muove con velocità costante $\mathbf{v}_k$. Un osservatore di un qualsiasi sistema di riferimento, in moto di ***traslazione rettilinea uniforme*** rispetto a S_0, vede lo stesso punto ma-

Copyright 2003 ALMA MATER STUDIORUM - Univerità di Bologna
"Principi della dinamica" A. A. 2008
Autore MASSA IGNAZIO GIACOMO
Corso di FISICA GENERALE L-C
Facoltà di Ingegneria Tipo di Materiale Dispense

teriale muoversi con la velocità che si ottiene dalla legge di composizione delle velocità (3-86):

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_k + \mathbf{V}$$

(in cui **V** coincide con la velocità di trascinamento, *costante* in questo caso). Si tratta di una velocità costante, in quanto somma di due vettori indipendenti dal tempo; dunque, il corpo libero si muove di moto rettilineo uniforme (seppure con velocità diversa!) anche rispetto al secondo osservatore. Questo vuol dire che anche il secondo sistema di riferimento gode delle stesse proprietà del sistema S_0, ed è quindi *inerziale*. Tale proprietà si mantiene anche nello studio dei fenomeni relativistici, anche se per essi non è possibile utilizzare le trasformazioni di Galileo (par. 4-17).
Si pensi al caso di un vagone ferroviario che si muove con velocità costante rispetto al sistema di riferimento S_0 (fig. 4-29). Dentro il vagone c'è un piano orizzontale, sul quale è appoggiato un corpo fermo. Un osservatore dentro il vagone vede che il corpo, soggetto a forze con risultante nullo, sta in equilibrio. Per un osservatore esterno al vagone, lo stesso corpo (pur sempre libero) si muove di moto rettilineo uniforme, con la stessa velocità del treno.

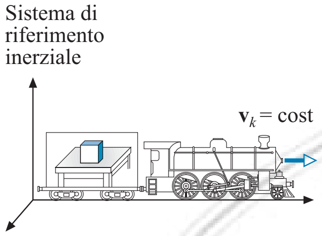

FIGURA 4-29
Anche il sistema di riferimento del vagone è inerziale.

Possiamo affermare di aver identificato, sperimentalmente, una classe di sistemi di riferimento, che hanno in comune una proprietà: rispetto ad essi i punti materiali *liberi* si muovono di moto rettilineo e uniforme. Tutti questi sistemi di riferimento sono detti *inerziali*. Il significato fisico del Primo Principio della Dinamica sta proprio nell'affermare l'esistenza di questi sistemi di riferimento. Lo potremmo quindi esprimere così:

Primo Principio della Dinamica: *esistono infiniti sistemi di riferimento, detti inerziali, rispetto ai quali ogni punto materiale libero ha velocità costante.*

In particolare, se il punto materiale è inizialmente in quiete, resta in quiete. Individuato uno di questi sistemi di riferimento, per esempio S_0, tutti gli altri sono quelli (e *solo quelli*) che si muovono di traslazione rettilinea uniforme rispetto ad esso.

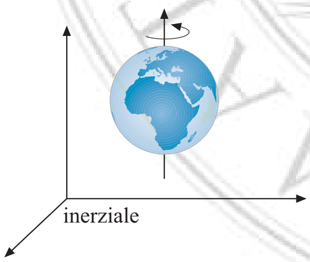

FIGURA 4-30
Il sistema di riferimento terrestre non è inerziale.

Si comprende così perché un sistema di riferimento terrestre, a causa anzitutto del moto giornaliero di rotazione della Terra attorno al proprio asse, non possa essere inerziale (fig. 4-30). In effetti, poiché il modulo dell'accelerazione dei punti della superficie terrestre rispetto al sistema delle stelle lontane è abbastanza piccolo ($\leq 3{,}4 \cdot 10^{-2}$ m/s^2), rispetto all'accelerazione gravitazionale, la non inerzialità a volte può essere trascurata. Di conseguenza, anche se nella maggior parte dei casi i problemi fisici che affronteremo nel seguito saranno esaminati dal punto di vista di un osservatore inerziale, potremo considerare valida tale trattazione, con buona approssimazione, anche per un osservatore terrestre (salvo alcuni fenomeni che verranno considerati più in dettaglio).

Nel chiudere la discussione sul Principio di inerzia, vogliamo mettere in evidenza l'enorme salto qualitativo fatto da Galileo e Newton nella descrizione del moto dei corpi. In contrasto con la visione aristotelica, non sono le forze a generare il movimento: un corpo libero si muove con velocità costante. Lo stato naturale dei corpi liberi, che per Aristo-

PROGETTO "e-Learning" PRESIDENZA DI INGEGNERIA http://elearning.ing.unibo.it Facoltà di Ingegneria ALMA MATER STUDIORUM UNIVERSITÀ DI BOLOGNA
Copyright 2003 ALMA MATER STUDIORUM - Univerità di Bologna "Principi della dinamica" A. A. 2008 Autore MASSA IGNAZIO GIACOMO Corso di FISICA GENERALE L-C Facoltà di Ingegneria Tipo di Materiale Dispense

 ISBN 88-408-0963-5

tele corrisponde alla quiete, diventa per Galileo e Newton il moto uniforme. Non deve sorprendere che i due scienziati siano arrivati alla stessa conclusione, malgrado avessero una differente visione dell'Universo: limitato per Galileo e illimitato per Newton. Ciò porterebbe, in chiave moderna, a parlare di moto circolare uniforme per lo stato naturale, secondo Galileo, e di moto rettilineo uniforme, secondo Newton. In effetti le osservazioni sperimentali di Galileo, realizzate su piccola scala, non erano in grado di discriminare fra queste due possibili conclusioni.

4-8 Secondo Principio della Dinamica

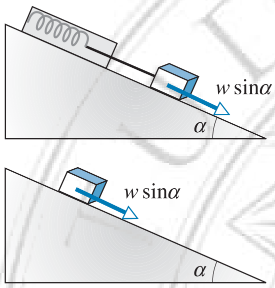

FIGURA 4-31
La forza attiva che agisce sul corpo ha modulo $w\,\sin\alpha$.

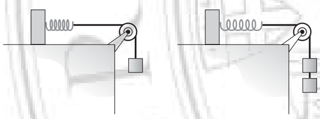

FIGURA 4-32
Un modo per realizzare il moto di un corpo soggetto a forze costanti.

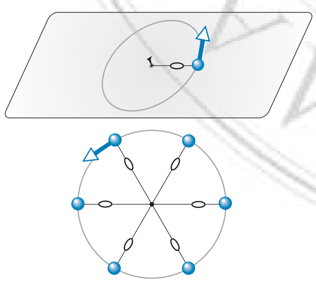

FIGURA 4-33
Misurazione delle forze che agiscono su un corpo che si muove di moto circolare uniforme.

Il Primo Principio della Dinamica individua una classe di sistemi di riferimento, nei quali ogni punto materiale non soggetto a forze ha velocità costante. Le forze determinano invece un ***cambiamento nel moto*** dei corpi, cioè una ***variazione*** di velocità, e quindi un'accelerazione. Si pone dunque il problema di trovare sperimentalmente se esiste una *relazione* funzionale *fra* queste due grandezze, *forza* e *accelerazione*. Gli esperimenti più semplici che si possono condurre ricalcano, almeno concettualmente, quelli realizzati da Galileo. Consideriamo inizialmente le situazioni più elementari, in cui la forza applicata è costante. Questo può essere realizzato, ad esempio, appoggiando la particella su un piano, inclinato di un angolo α, che possa essere considerato liscio. In questo caso la forza risultante è il componente del peso lungo il piano, un vettore costante di modulo $w\,\sin\alpha$ (fig. 4-31). Con un apparato come quello di figura 4-32, nel quale il corpo scivola su un piano orizzontale liscio per azione di un filo, alla cui estremità sono attaccati dei contrappesi, l'allungamento della molla ci segnala in ogni istante l'intensità della forza applicata al corpo; variando i corpi che agiscono da contrappeso, possiamo studiare situazioni diverse, ma tutte con *forze costanti*. In tutti questi casi si osserva sperimentalmente che il corpo si muove con *accelerazione costante*. Inoltre, per un fissato punto materiale, i rapporti fra i moduli delle forze applicate e delle conseguenti accelerazioni sono sempre gli stessi; infine, direzioni e versi di forze e accelerazioni sono uguali. Sintetizzando, *i due vettori forza e accelerazione risultano proporzionali*.

Nelle situazioni finora discusse, l'azione delle forze si esplica lungo la direzione di moto del corpo, facendone variare la velocità solamente in modulo. L'esperienza dimostra che la proporzionalità tra $\mathbf{a}$ e $\mathbf{f}$ sussiste anche se le forze agiscono in direzione diverse da quella della velocità, e che la conseguente accelerazione porta a variazioni anche nella direzione della velocità. A questo proposito può essere convincente la figura 4-33, ove sono riportati i risultati di una serie di osservazioni effettuate, a intervalli di tempo regolari, sul moto di un oggetto su un piano orizzontale a cuscino d'aria; l'oggetto è connesso, mediante un filo inestensibile, a un supporto fisso, e gli è stata impartita un'opportuna velocità iniziale, perpendicolare alla direzione del filo. L'analisi della traiettoria (circolare, con archi uguali percorsi in tempi uguali), e l'osservazione della permanenza nel tempo della medesima deformazione della molla, mostrano che durante il moto sia la velocità sia la forza hanno moduli costanti. L'accelerazione centripeta risulta costante e proporzionale all'intensità della forza, e ha direzione parallela a quella del filo, cioè della forza.

È importante ora osservare che se su un corpo si esercitano (per esempio, mediante un sistema di molle e fili) due forze $\mathbf{f}_1$ e $\mathbf{f}_2$, aventi uguale *modulo costante f*, ma agenti lungo direzioni diverse (fig. 4-34),

PROGETTO "e-Learning"
PRESIDENZA DI INGEGNERIA
http://elearning.ing.unibo.it
Facoltà di Ingegneria
ALMA MATER STUDIORUM UNIVERSITÀ DI BOLOGNA
Copyright 2003 ALMA MATER STUDIORUM - Univerità di Bologna
"Principi della dinamica" A. A. 2008
Autore MASSA IGNAZIO GIACOMO
Corso di FISICA GENERALE L-C
Facoltà di Ingegneria Tipo di Materiale Dispense

PROGETTO "e-Learning"
PRESIDENZA DI INGEGNERIA
http://elearning.ing.unibo.it
Facoltà di Ingegneria
ALMA MATER STUDIORUM UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

ISBN 88-408-0963-5

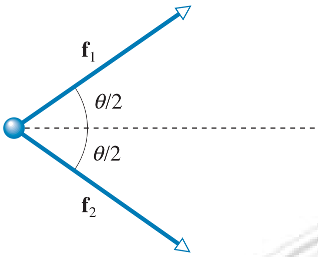

FIGURA 4-34
Azione contemporanea di due forze di ugual modulo.

l'accelerazione del corpo risulta sperimentalmente diretta lungo la bisettrice dell'angolo θ formato in quell'istante dai due fili; essa ha un modulo a che è collegato in modo molto semplice con f e θ. Precisamente, si trova che il modulo di $\mathbf{a}$ e la sua direzione sono quelli che corrispondono alla somma vettoriale dei vettori accelerazione $\mathbf{a}_1$ e $\mathbf{a}_2$ che a tale istante avrebbe il corpo, se su di esso agisse *unicamente* la forza $\mathbf{f}_1$ oppure la forza $\mathbf{f}_2$ (nel nostro caso $a_1 = a_2$).

Da questo fatto sperimentale possiamo trarre l'indicazione che, da un lato, le forze soddisfano al ***Principio di sovrapposizione*** anche in condizioni dinamiche e che, dall'altro, la proporzionalità tra forza e accelerazione vale anche in presenza dell'azione di più forze, purché si consideri a tale proposito la *forza* complessiva, *risultante* dalla *somma vettoriale* delle singole forze $\mathbf{f}_i$.

Oggi possiamo realizzare esperimenti ancora più complessi, nei quali far variare nel tempo la forza applicata, in modulo e direzione. Se ne ricava che, nei limiti della Meccanica classica e degli errori sperimentali di misura, istante per istante forza (risultante) e accelerazione risultano proporzionali, attraverso una *costante scalare* che appare *tipica del corpo* e che viene chiamata ***massa inerziale***. Cioè:

$$\boxed{\sum_i \mathbf{f}_i(t) = m\mathbf{a}(t)}\,. \qquad (4\text{-}1)$$

Newton elevò questa relazione al rango di Principio, assumendo che *tutte le volte* che un corpo è accelerato, in un sistema di riferimento inerziale, c'è almeno una forza che genera tale accelerazione. Si può dunque esprimere in questo modo il

Secondo Principio della Dinamica: *in un sistema di riferimento inerziale, ogni volta che un corpo ha un moto accelerato, esiste (almeno) una forza responsabile di tale accelerazione; tra forza risultante e accelerazione, esiste in ogni istante la relazione* $\mathbf{f}(t) = m\mathbf{a}(t)$.

Questa relazione costituisce la Legge fondamentale per lo studio del moto dei corpi, in ambito classico. Vedremo che essa, in linea di principio, permette di conoscere e prevedere ogni dettaglio del moto di una qualsiasi particella (cioè di ricavare l'equazione vettoriale del moto), una volta che siano note le *condizioni iniziali* e che si conosca la *legge della forza*, cioè l'espressione analitica di $\mathbf{f}$ durante il moto.

Esempio 4-2

Si consideri un punto materiale, di massa inerziale m, soggetto a una forza $\mathbf{f}_k$ costante, cioè indipendente dal tempo, dalla posizione e dalla velocità della particella. Ricavare le equazioni del moto.

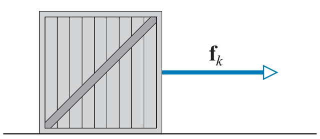

FIGURA 4-35
Un punto materiale di massa m soggetto all'azione di una forza costante.

Poiché la legge della forza è espressa dalla relazione $\mathbf{f} = \mathbf{f}_k$ (fig. 4-35), il secondo principio della Dinamica, in questo caso particolare dà:

$$\mathbf{f} = m\mathbf{a} \Rightarrow \mathbf{f}_k = m\mathbf{a}.$$

Da questa si deduce che, poiché m non cambia, essendo la forza costante lo è anche l'accelerazione. È noto che una relazione vettoriale rappresenta sinteticamente l'insieme di tre equazioni scalari. Conviene scegliere un sistema di assi cartesiani ortogonali, uno dei quali (per esempio x) coincidente con la

Copyright 2003 ALMA MATER STUDIORUM - Univeristà di Bologna
"Principi della dinamica" A. A. 2008
Autore MASSA IGNAZIO GIACOMO
Corso di FISICA GENERALE L-C
Facoltà di Ingegneria Tipo di Materiale Dispense

 ISBN 88-408-0963-5

direzione lungo cui agisce $\mathbf{f}_k$. Ciò permette di scrivere le tre equazioni differenziali:

$$\begin{cases} f_k = m\ddot{x} \\ 0 = m\ddot{y} \\ 0 = m\ddot{z} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \ddot{x} = \dfrac{f_k}{m} = costante \\ \ddot{y} = 0 \\ \ddot{z} = 0 \end{cases} .$$

Le soluzioni di queste equazioni differenziali costituiscono le equazioni parametriche del moto della particella; come sappiamo, esse descrivono il moto delle tre proiezioni sugli assi considerati. Posto $\Delta t = t - t_0$, esse possono essere scritte nella forma

$$\begin{cases} x(t) = x_0 + v_{0x}\,\Delta t + \dfrac{f_k}{2m}(\Delta t)^2 \\ y(t) = y_0 + v_{0y}\,\Delta t \\ z(t) = z_0 + v_{0z}\,\Delta t \end{cases} .$$

Dunque il moto della proiezione sull'asse x è uniformemente accelerato, con accelerazione avente parte scalare f_k/m; gli altri due moti sono rettilinei uniformi. Queste soluzioni generali, come già discusso nel capitolo dedicato alla Cinematica, possono essere utilizzate in un caso specifico, una volta che siano note le condizioni iniziali al tempo t_0 e cioè le sei grandezze: x_0, y_0, z_0, v_{0x}, v_{0y}, v_{0z}.

4-9 Massa inerziale

Risulta chiaro da quanto discusso che la *massa inerziale* è stata definita attraverso la relazione (4-1), e quindi dinamicamente. Come già detto si trova sperimentalmente che questa grandezza è caratteristica di ogni corpo. Essa non dipende dalla sua forma ma, come talvolta viene detto, dalla «quantità di materia» del corpo stesso (tale denominazione è impropria, dato che la quantità di materia è una grandezza fisica collegata con il numero di particelle, atomi o molecole, che costituiscono il corpo, attraverso il numero di moli). L'aggettivo *inerziale* riflette la proprietà per cui, a parità di forza applicata a corpi diversi, quello con massa inerziale maggiore ha accelerazione minore. Dunque il valore di questa grandezza è una misura di come il punto materiale tenda a conservare la propria velocità (cioè, abbia inerzia). La massa inerziale, tra l'altro, è la proprietà che attribuisce carattere fisico al punto materiale, il quale altrimenti parrebbe avere solo connotazioni geometriche.

Le misurazioni di massa possono essere affrontate anche senza definire preventivamente il campione di forza. Infatti, assunto un campione di massa (C), si può determinare dinamicamente la massa inerziale di un altro corpo (X) sottoponendo separatamente C e X alla stessa forza costante $\mathbf{f}$: dalle misure delle accelerazioni $\mathbf{a}_C$ e $\mathbf{a}_X$, per la (4-1) si ha:

$$\frac{m_X}{m_C} = \frac{a_C}{a_X}.$$

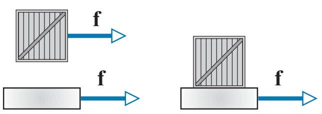

FIGURA 4-36

Si trova sperimentalmente che, nell'ambito della Meccanica classica, le masse inerziali sono additive. Se per esempio applichiamo una forza $\mathbf{f}$ a un primo corpo, misurandone la conseguente accelerazione $\mathbf{a}_1$, possiamo ottenere la sua massa inerziale dalla relazione $m_1 = f/a_1$; analogamente, applicando la stessa forza a un secondo corpo misuriamo $m_2 = f/a_2$. Unendo poi i due corpi (fig. 4-36) e applicando ancora $\mathbf{f}$ pos-

PROGETTO "e-Learning"
PRESIDENZA DI INGEGNERIA
http://elearning.ing.unibo.it
Facoltà di Ingegneria
ALMA MATER STUDIORUM UNIVERSITÀ DI BOLOGNA
Copyright 2003 ALMA MATER STUDIORUM - Univerità di Bologna
"Principi della dinamica" A. A. 2008
Autore MASSA IGNAZIO GIACOMO
Corso di FISICA GENERALE L-C
Facoltà di Ingegneria Tipo di Materiale Dispense

PROGETTO "e-Learning"
PRESIDENZA DI INGEGNERIA
http://elearning.ing.unibo.it
Facoltà di Ingegneria
ALMA MATER STUDIORUM UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

ISBN 88-408-0963-5

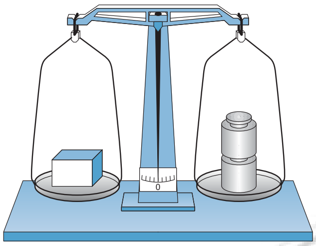

FIGURA 4-37
La bilancia a bracci uguali misura la massa in modo statico.

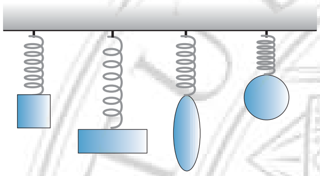

FIGURA 4-38
Alcuni corpi che in uno stesso luogo hanno pesi diversi.

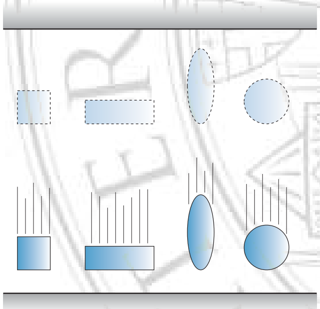

FIGURA 4-39
In un fissato luogo, tutti i corpi cadono nel vuoto con la stessa accelerazione.

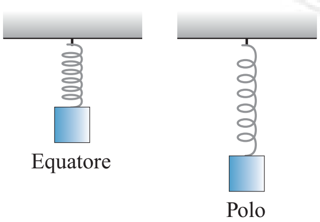

FIGURA 4-40
In luoghi diversi lo stesso corpo ha pesi diversi.

siamo ricavare la massa inerziale del corpo complessivo $m = f/a$: risulta sperimentalmente che $m = m_1 + m_2$.

Un'ulteriore proprietà, valida anch'essa nella Meccanica newtoniana, è che la massa dei corpi [definita mediante la (4-1)] è costante durante il moto, cioè è indipendente dal moto del corpo. Ambedue queste proprietà dovranno essere riconsiderate nell'ambito della Relatività.

La procedura di misurazione dinamica descritta è in pratica scomoda e poco precisa; tuttavia, è possibile effettuare con alta precisione misurazione statiche della massa inerziale, utilizzando la bilancia a due bracci già introdotta nel capitolo 1 (fig. 4-37). Infatti, si osserva sperimentalmente che due corpi qualsiasi, che abbiano la stessa massa inerziale, posti sui piatti di una tale bilancia la mantengono in equilibrio. La discussione di questo punto coinvolge l'analisi del legame fra massa *inerziale* e massa *gravitazionale* (che è la grandezza che caratterizza la capacità dei corpi d'interagire fra loro mediante forze gravitazionali): per essa rinviamo al paragrafo 4-13 degli Approfondimenti.

Per le applicazioni è importante avere una relazione fra il peso e la massa di un corpo. Essa può essere ottenuta considerando alcuni corpi aventi masse diverse: questi, appesi a dinamometri uguali, provocano deformazioni diverse (fig. 4-38), e hanno quindi pesi diversi. Tuttavia, è un fatto sperimentale notevole che, in uno stesso luogo, tutti i corpi cadano nel vuoto con la stessa accelerazione (fig. 4-39); essa è indicata con $\mathbf{g}$ e viene chiamata ***accelerazione gravitazionale***. Di conseguenza, utilizzando il Secondo Principio della Dinamica, possiamo esprimere il ***peso*** di un corpo (nelle vicinanze della superficie terrestre) nella forma:

$$\boxed{\mathbf{w} = m\,\mathbf{g}} \qquad (4\text{-}2)$$

nella quale m è la massa inerziale e $\mathbf{g}$ è l'accelerazione gravitazionale, nel luogo considerato.

Poiché la massa risulta sperimentalmente caratteristica di ciascun corpo, al contrario del peso che dipende dal luogo della misurazione (fig. 4-40), è conveniente assumere la massa come una delle grandezze fondamentali, e dunque con dimensione [M]. Per quel che riguarda le unità (kg nel SI) e i metodi di misura della massa si faccia riferimento al capitolo 1 e agli Approfondimenti.

Nel Sistema Internazionale, la forza è invece una grandezza derivata; sulla base della relazione (4-1), le sue dimensioni sono: $[f] = [MLT^{-2}]$. L'unità di misura nel SI prende il nome di *newton* (N), ed è equivalente al prodotto di un kilogrammo per un metro al secondo quadrato; nel sistema CGS l'unità è la *dina* (dyn). Una forza di 1 N, agendo su un corpo la cui massa è 1 kg, gli imprime l'accelerazione di 1 m/s^2. È anche possibile definire la forza come grandezza fondamentale. Questo è ciò che si fa nel sistema degli ingegneri: la relativa unità è il kilogrammo-peso (kgf), definito come il peso del campione di massa conservato a Sèvres (Parigi), in un luogo della Terra in cui l'accelerazione gravitazionale valga 9,8066 m/s^2.

Misure di massa, effettuate con la bilancia sulla Luna, porterebbero agli stessi risultati ottenuti sulla Terra. I pesi, invece, misurati con il dinamometro, cambierebbero valore, per effetto del diverso valore di $\mathbf{g}$. Sulla Terra una persona che abbia massa 70 kg pesa (all'incirca) $70 \cdot 9{,}8 = 686\ \text{N} \equiv 70$ kgf; sulla Luna la stessa persona avrebbe la stessa

Copyright 2003 ALMA MATER STUDIORUM - Univeristà di Bologna
"Principi della dinamica" A. A. 2008
Autore MASSA IGNAZIO GIACOMO
Corso di FISICA GENERALE L-C
Facoltà di Ingegneria Tipo di Materiale Dispense

PROGETTO “e-Learning”
PRESIDENZA DI INGEGNERIA
http://elearning.ing.unibo.it
Facoltà di Ingegneria
ALMA MATER STUDIORUM UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

 ISBN 88-408-0963-5

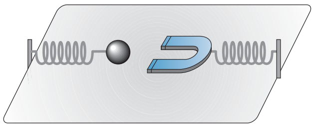

FIGURA 4-41
Sia il disco che il magnete sentono una forza.

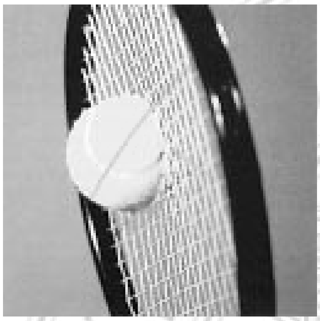

FIGURA 4-42
Interazione fra una racchetta e la pallina da tennis.

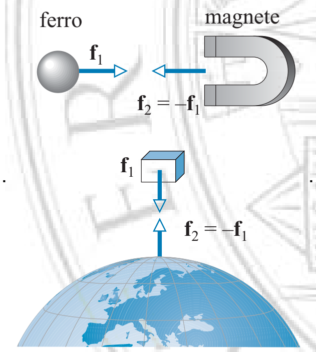

FIGURA 4-43
Azioni e reazioni fra coppie di corpi che interagiscono.

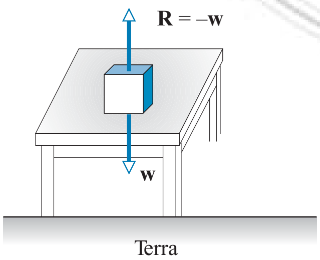

FIGURA 4-44
Il corpo interagisce con la Terra (peso) e con il piano (reazione vincolare).

massa, ma un peso di circa 12 kgf. Alcuni approfondimenti sulle misurazioni di massa sono discussi nel paragrafo 4-14.

4-10 Principio di azione e reazione

Abbiamo sottolineato che la grandezza che chiamiamo forza esprime l'interazione che un corpo ha con l'ambiente, cioè con altri corpi. Osservando la figura 4-7 si vede che il disco di ferro subisce una forza dovuta all'attrazione del magnete. In realtà, attaccando anche il magnete a un dinamometro, sarebbe semplice verificare che anch'esso è soggetto *contemporaneamente* a una forza (fig. 4-41). La figura 4-42 mostra la violenta interazione fra una racchetta e una pallina da tennis; ***ambedue*** gli oggetti subiscono deformazioni, come conseguenza dell'azione contemporanea di forze sull'uno e sull'altro.

In sostanza, si trova sperimentalmente che tutte le volte che un corpo subisce l'azione (forza $\mathbf{f}_1$) da parte di un secondo corpo, anche quest'ultimo è soggetto a una forza ($\mathbf{f}_2$) per effetto del primo. Già Newton giunse alla conclusione che le due forze sono opposte (cioè hanno lo stesso modulo, stessa direzione e versi opposti), e agiscono sulla stessa retta di azione (la congiungente, nel caso di punti materiali). Il corpo di ferro e il magnete si disporrebbero come in figura 4-41. Le due forze vengono spesso chiamate l'una *azione* e l'altra *reazione* (indifferentemente).

Questa caratteristica delle forze è denominata *Principio di azione e reazione*. Esso mette in risalto l'origine materiale delle forze e costituisce una prima enunciazione del *Terzo Principio della Dinamica*, che sarà discusso più ampiamente in uno dei capitoli successivi. In quella occasione, vedremo meglio i limiti dell'impostazione di Newton, in particolare per quanto riguarda l'affermazione che l'azione e la reazione siano esattamente opposte, *istante per istante*, indipendentemente dal moto dei corpi: ciò corrisponde all'idea di Newton della propagazione istantanea delle interazioni, un'assunzione che viene indicata come *Principio di azione a distanza*. La conseguenza è che, con quest'assunto, ogni cambiamento dello stato di un corpo viene percepito istantaneamente da qualsiasi altro corpo che con esso interagisce, comunque distante sia. Sappiamo oggi che ciò non accade, in quanto le interazioni in Natura si propagano con una velocità che non può essere maggiore della velocità della luce nel vuoto. Nell'approssimazione della Meccanica classica, comunque, l'ipotesi di interazione istantanea è largamente accettabile.

La dizione *Principio di azione e reazione* può generare equivoci. Si faccia bene attenzione, infatti, che ***le due forze*** di cui si parla ***sono applicate a corpi diversi***. Per approfondire quest'importante punto, prendiamo come esempio un punto materiale che interagisce con la Terra (fig. 4-43). La forza peso esprime l'azione della Terra sul punto materiale; contemporaneamente la Terra è soggetta a una forza (dovuta al punto materiale) esattamente opposta alla prima. Queste sono le due forze di cui si tratta nel Terzo Principio della Dinamica (azione e reazione): nelle rappresentazioni in cui l'ambiente circostante di ciascun corpo viene sostituito con le forze corrispondenti (*diagramma delle forze*), azione e reazione non appariranno mai insieme.

Se vogliamo che il punto materiale di figura 4-43 non cada, possiamo appoggiarlo su un piano orizzontale (fig. 4-44). In questo caso il corpo sta in equilibrio, ma le due forze precedenti, che esprimono l'interazione fra il corpo e la Terra, non cambiano; il corpo però ora interagisce anche

Copyright 2003 ALMA MATER STUDIORUM - Univerità di Bologna
"Principi della dinamica" A. A. 2008
Autore MASSA IGNAZIO GIACOMO
Corso di FISICA GENERALE L-C
Facoltà di Ingegneria Tipo di Materiale Dispense

PROGETTO "e-Learning"
PRESIDENZA DI INGEGNERIA
http://elearning.ing.unibo.it
Facoltà di Ingegneria
ALMA MATER STUDIORUM UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

ISBN 88-408-0963-5

con il piano. L'azione che il piano esercita sul corpo è quella che abbiamo chiamato la reazione vincolare del piano: essa è applicata sul corpo. In altre parole: l'azione della Terra sul corpo viene chiamata peso; l'azione del piano sul corpo viene detta reazione vincolare del piano. Naturalmente, come il piano agisce sul corpo con la reazione vincolare, così il corpo agisce sul piano con un'altra forza; e infatti il piano si deforma (poco o molto che sia).

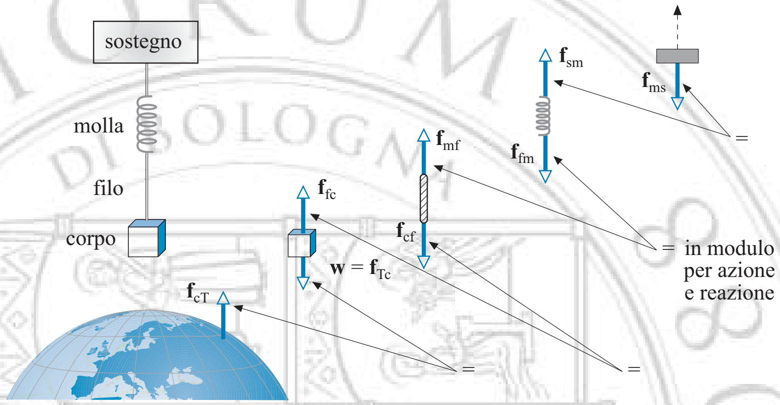

FIGURA 4-45
Schema delle forze che agiscono su ogni elemento del sistema rappresentato in figura (filo e molla hanno masse trascurabili). Si osservi che ogni coppia *azione-reazione* agisce su corpi diversi.

Alla luce della discussione fatta, presentiamo in figura 4-45 uno schema riassuntivo delle forze in gioco nel caso di un semplice sistema: un corpo soggetto alla gravità, sostenuto da un filo, a sua volta agganciato a una molla, fissata nell'altro estremo (filo e molla abbiano pesi trascurabili). Si osservi, in particolare, che in ogni diagramma delle forze *mai figura* una coppia di forze che soddisfa il Principio di azione e reazione. L'analisi di questo sistema mette anche in evidenza il ruolo del Principio di azione e reazione nella misurazione statica delle forze, e alcune proprietà delle forze esercitate da fili e molle. Si osservi anzitutto che la forza misurata (direttamente) dal dinamometro è quella con cui il filo agisce sulla molla: $\mathbf{f}_{fm}$. Come mostrato in figura, sul corpo agiscono il suo peso $\mathbf{w}$ e la forza dovuta al filo, $\mathbf{f}_{fc}$; le due si fanno equilibrio, e sono quindi fra loro opposte. Per il Principio di azione e reazione, la forza con cui il filo agisce sul corpo è opposta a quella con cui il corpo agisce sul filo:

$$\mathbf{f}_{fc} = -\mathbf{f}_{cf}.$$

Di conseguenza, $\mathbf{f}_{cf} = -\mathbf{f}_{fc} = \mathbf{w}$.

Iterando questo procedimento, e sfruttando il fatto che ciascun elemento del sistema è in quiete e quindi soggetto a forze con risultante nullo, si trova facilmente che il dinamometro misura il modulo di una forza che ha lo stesso valore del peso del corpo: il filo intermedio e il corpo stesso si limitano a trasferire l'azione del peso all'estremo libero della molla. Ciò continua a essere vero anche inserendo (in serie) ulteriori fili e molle (di masse trascurabili), come si verifica facilmente (fig. 4-46). Possiamo proseguire questa discussione, per valutare l'entità dell'azione della molla nei suoi estremi. Come abbiamo visto, la molla agisce sul filo con una forza $\mathbf{f}_{mf} = -\mathbf{w}$. La molla stessa è in equilibrio sotto l'azione del filo ($\mathbf{f}_{fm}$) e del sostegno cui è attaccata ($\mathbf{f}_{sm}$); di conseguenza:

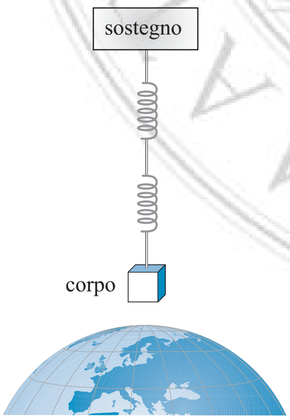

FIGURA 4-46
File e molle di masse trascurabili trasmettono l'azione di una forza da un estremo all'altro.

$$\mathbf{f}_{sm} = -\mathbf{f}_{fm} = -\mathbf{w}.$$

Copyright 2003 ALMA MATER STUDIORUM - Univerità di Bologna
"Principi della dinamica" A. A. 2008
Autore MASSA IGNAZIO GIACOMO
Corso di FISICA GENERALE L-C
Facoltà di Ingegneria Tipo di Materiale Dispense

PROGETTO "e-Learning"
PRESIDENZA DI INGEGNERIA
http://elearning.ing.unibo.it
Facoltà di Ingegneria
ALMA MATER STUDIORUM UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

 ISBN 88-408-0963-5

Ma, ancora per il Principio di azione e reazione, la molla esercita sul sostegno una forza di modulo **w**, in quanto

$$\mathbf{f}_{ms} = -\mathbf{f}_{sm} = \mathbf{w}.$$

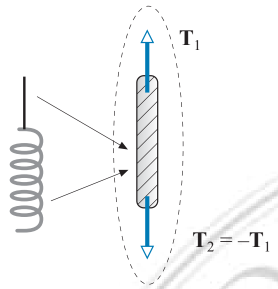

FIGURA 4-47
Un piccolo elemento di filo (o molla) è in equilibrio per azione di due forze opposte.

Riassumendo, la molla è sollecitata *in ambedue gli estremi* da forze di modulo w (anche dalla parte del sostegno fisso!); essa, a sua volta, ***agisce in ambedue gli estremi*** con forze aventi ***lo stesso modulo*** w.

Nel caso di figura 4-46 ciò vale per entrambe le molle: esse, se sono state tarate, indicano lo stesso valore w del modulo della forza.

Un'ultima considerazione può essere fatta sugli elementi del sistema considerato. Anche un piccolo elemento di un filo (o di una molla) si trova in equilibrio, per azione delle due forze dovute ai tratti contigui del filo (molla), come mostrato in figura 4-47. Di conseguenza, queste due forze hanno lo stesso modulo, che viene chiamato ***tensione*** del filo (molla), nel punto considerato.

Nel prossimo capitolo discuteremo varie applicazioni delle Leggi della Dinamica, in situazioni in cui agiscono forze *macroscopiche* (di contatto, elastiche, di attrito, ecc.). In realtà, si è scoperto che tutte queste forze corrispondono a uno stesso meccanismo di interazione: esse hanno una comune origine nell'*interazione elettromagnetica*. Come discusso negli Approfondimenti, tale interazione, insieme a quella *gravitazionale* (che determina la familiare forza peso), gioca il ruolo di *interazione fondamentale*, nel mondo macroscopico.

4-11 Quantità di moto e impulso

Una formulazione moderna dei Principi della Dinamica richiede che s'introduca una nuova grandezza, che sarà particolarmente utile nello studio della dinamica dei sistemi.

Dato un corpo di massa m (schematizzabile come puntiforme), avente velocità $\mathbf{v}$ in un istante generico t, si definisce ***quantità di moto*** del corpo (all'istante t) il vettore

$$\boxed{\mathbf{q} = m\,\mathbf{v}}\,. \tag{4-3}$$

In un riferimento inerziale, una *particella* non soggetta a forze non equilibrate, si muove con velocità costante. Poiché la sua massa è costante, tale risulta pure la quantità di moto.

Dunque si può esprimere il ***Primo Principio della Dinamica*** anche nella seguente forma:

> *esistono infiniti sistemi di riferimento, detti inerziali, nei quali ogni punto materiale libero ha quantità di moto costante.*

Se invece sul punto materiale agiscono forze non bilanciate, è evidente che si avrà un cambiamento della quantità di moto. La variazione nel tempo della quantità di moto si può quindi esprimere nella forma:

$$\frac{d\mathbf{q}}{dt} = \frac{d}{dt}(m\,\mathbf{v}) = m\,\mathbf{a} + \frac{dm}{dt}\mathbf{v}$$

considerando anche la possibilità di schematizzare come puntiformi sistemi complessi la cui massa non sia costante. Ad esempio, la Terra,

Copyright 2003 ALMA MATER STUDIORUM - Univerità di Bologna
"Principi della dinamica" A. A. 2008
Autore MASSA IGNAZIO GIACOMO
Corso di FISICA GENERALE L-C
Facoltà di Ingegneria Tipo di Materiale Dispense

che normalmente quando se ne studia il moto attorno al Sole viene trattata come punto materiale, ha una massa che aumenta nel tempo, al ritmo di 10^7 kg/anno, causa la cattura di materiale cosmico. Altri sistemi a massa variabile saranno trattati in uno dei capitoli successivi.

La relazione $\mathbf{f} = \dfrac{d\mathbf{q}}{dt}$ è la generalizzazione dell'espressione (4-1) del ***Secondo Principio della Dinamica***, cui si riconduce in tutti i casi finora trattati di corpi schematizzabili come puntiformi e con massa costante. Essa è confortata da tutti i risultati sperimentali in ambito classico. Possiamo dunque affermare che:

in un sistema di riferimento inerziale, ogni volta che un corpo cambia la propria quantità di moto, esiste (almeno) una forza responsabile di tale cambiamento; fra forza risultante e quantità di moto esiste in ogni istante la relazione

$$\boxed{\mathbf{f} = \frac{d\mathbf{q}}{dt}}\,. \tag{4-4}$$

La precedente discussione mostra che, nel caso in cui il corpo possa essere considerato a massa costante, le relazioni (4-1) e (4-4) coincidono. In caso contrario, l'equazione valida è la (4-4).

Quando si è in grado di conoscere l'azione della forza che agisce su un punto materiale in funzione del tempo, è possibile valutare una nuova grandezza che prende il nome di impulso. Si definisce ***impulso di una forza*** $\mathbf{f}$ nell'intervallo di tempo (t_1, t_2) la *grandezza vettoriale*

$$\boxed{\mathbf{J} = \int_{t_1}^{t_2} \mathbf{f}\, dt} \tag{4-5}$$

che si può esprimere nella forma cartesiana

$$\mathbf{J} = \int_{t_1}^{t_2} \mathbf{f}\ dt = \mathbf{i}\int_{t_1}^{t_2} f_x\ dt + \mathbf{j}\int_{t_1}^{t_2} f_y\ dt + \mathbf{k}\int_{t_1}^{t_2} f_z\ dt.$$

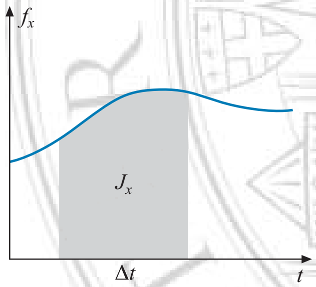

FIGURA 4-48
Rappresentazione grafica della componente dell'impulso lungo l'asse x.

Le componenti cartesiane dell'impulso hanno una semplice interpretazione grafica, come mostrato nella figura 4-48 per la componente J_x, che è data dall'area sottesa dalla curva che rappresenta f_x nell'intervallo temporale considerato. Nel caso che la forza sia costante in tale intervallo Δt, il corrispondente impulso assume la semplice espressione $\mathbf{J} = \mathbf{f}\ \Delta t$.

Se su un punto materiale agiscono più forze $\mathbf{f}_i$, esercitando singolarmente l'impulso $\mathbf{J}_i$, in un dato intervallo temporale, si vede facilmente che, detta $\mathbf{f}$ la forza risultante, il corrispondente impulso $\mathbf{J}$ è uguale alla somma vettoriale degli impulsi delle singole forze

$$\mathbf{J} = \int_{t_1}^{t_2} \mathbf{f}\ dt = \int_{t_1}^{t_2} \sum_i \mathbf{f}_i\ dt = \sum_i \int_{t_1}^{t_2} \mathbf{f}_i\ dt = \sum_i \mathbf{J}_i \tag{4-6}$$

D'altra parte, la relazione (4-4) permette di scrivere $\mathbf{f}\ dt = d\mathbf{q}$, da cui

$$\mathbf{J} = \int_{t_1}^{t_2} \mathbf{f}(t)\ dt = \int_{t_1}^{t_2} d\mathbf{q} = \mathbf{q}_2 - \mathbf{q}_1 \equiv \Delta\mathbf{q}. \tag{4-7}$$

La relazione (4-7) va sotto il nome di ***Teorema della quantità di moto***,

PROGETTO "e-Learning"
PRESIDENZA DI INGEGNERIA
http://elearning.ing.unibo.it
Facoltà di Ingegneria
ALMA MATER STUDIORUM UNIVERSITÀ DI BOLOGNA
Copyright 2003 ALMA MATER STUDIORUM - Univerità di Bologna
"Principi della dinamica" A. A. 2008
Autore MASSA IGNAZIO GIACOMO
Corso di FISICA GENERALE L-C
Facoltà di Ingegneria Tipo di Materiale Dispense

PROGETTO "e-Learning"
PRESIDENZA DI INGEGNERIA
http://elearning.ing.unibo.it
Facoltà di Ingegneria
ALMA MATER STUDIORUM UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

 ISBN 88-408-0963-5

oppure ***Teorema dell'impulso***: *l'impulso della forza risultante che agisce su un punto materiale, durante un intervallo di tempo Δt, è uguale alla variazione di quantità di moto in Δt.*

Esempio 4-3

Una pallina di gomma di massa $m = 50$ g cade sotto l'azione del proprio peso, a partire da un'altezza $z_0 = 1$ m rispetto a terra. Arrivando a terra, urta il suolo e rimbalza con una velocità che ha lo stesso modulo di quella immediatamente prima dell'urto (urto elastico). Calcolare l'impulso che ha agito sulla pallina, nell'interazione con il suolo, supponendo che tale interazione abbia avuto una durata $\Delta t \approx 0{,}01$ s.

In questo caso non siamo in grado di calcolare l'impulso della forza che il suolo applica alla pallina utilizzando la definizione (4-5): non conosciamo infatti l'espressione analitica di tale forza (in particolare la sua dipendenza dal tempo). Possiamo però appoggiarci al teorema della quantità di moto, in quanto sono note le velocità subito prima ($\mathbf{v}_1$) e subito dopo ($\mathbf{v}_2$) l'interazione. Assumendo un asse (per esempio, z) verticale e diretto verso l'alto, possiamo scrivere:

$$\mathbf{v}_1 = -v_T\,\mathbf{k}; \qquad \mathbf{v}_2 = v_T\,\mathbf{k}$$

nelle quali v_T è il modulo della velocità con cui la pallina arriva a terra. Quest'ultimo può essere calcolato facilmente (esempio 3-26):

$$v_T = \sqrt{2 z_0 g}.$$

Dunque, possiamo calcolare l'impulso della forza risultante che ha agito sulla pallina, durante l'interazione con il suolo:

$$\mathbf{J} = \mathbf{q}_2 - \mathbf{q}_1 = m\,(\mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_1) = m\,[v_T\,\mathbf{k} - (-v_T\,\mathbf{k})] = 2m\,v_T\,\mathbf{k} = 0{,}443\,\mathbf{k}\ \text{Ns}.$$

Il contributo a tale impulso da parte del peso vale:

$$\mathbf{J}_g = -\int_{\Delta t} mg\,\mathbf{k}\,dt = -mg\,\Delta t\,\mathbf{k} = -5\cdot 10^{-3}\,\mathbf{k}\ \text{Ns}.$$

Di conseguenza, l'impulso richiesto è $\mathbf{J}_s = 0{,}448\,\mathbf{k}$ Ns. Ad esso corrisponde un'intensità media della forza pari a $\bar{f} = \frac{J_s}{\Delta t} = \frac{0{,}448}{0{,}01} = 44{,}8$ N, rispetto alla quale il peso della pallina risulta trascurabile.

L'esempio precedente mostra che, grazie al suo *carattere vettoriale,* l'impulso ricevuto da un corpo è diverso da zero anche quando nell'urto resta invariato il modulo della velocità.

Esempio 4-4

Si vuole togliere la tovaglia da una tavola apparecchiata senza che le stoviglie che vi sono appoggiate cadano. Come occorre procedere?

Le stoviglie sono inizialmente ferme ed è bene che rimangano in tale situazione, o in una situazione assai simile a quella di equilibrio, se vogliamo che esse non cadano. Quando si sfila la tovaglia, ciascuno degli oggetti (di massa m) che vi sono appoggiati subisce l'azione di una forza orizzontale, dovuta all'attrito (dinamico) con la tovaglia, il cui modulo vale $R_\tau = \mu_d\,mg$ (con μ_d costante; vedi il paragrafo 5-6). Se il fenomeno ha una durata temporale Δt, l'impulso di tale forza ha modulo $J = \mu_d\,mg\,\Delta t$. Ne segue, per il teorema dell'impulso

$$|\Delta\mathbf{q}| = mv - 0 = \mu_d\,mg\,\Delta t$$

Copyright 2003 ALMA MATER STUDIORUM - Univerità di Bologna
"Principi della dinamica" A. A. 2008
Autore MASSA IGNAZIO GIACOMO
Corso di FISICA GENERALE L-C
Facoltà di Ingegneria Tipo di Materiale Dispense

da cui si ottiene il modulo della velocità finale:

$$v = \mu_d \, g \, \Delta t.$$

L'unico parametro sui cui è possibile influire per ridurre v (e quindi, il rischio di caduta delle bottiglie) è la durata dell'operazione: si deve quindi estrarre la tovaglia il più rapidamente possibile. Nella discussione, per semplicità, abbiamo trascurato la fase iniziale, quando l'attrito è statico, non essendosi ancora instaurato un moto relativo fra la tovaglia e le stoviglie. Anche per questa fase, la cui durata è certamente minore di quella della seconda, occorre minimizzare il tempo. È evidente che ogni esitazione, peraltro abbastanza comprensibile, nell'esecuzione dell'operazione, aumenta la probabilità di insuccesso.

Infine, per completare la generalizzazione dei tre Principi della Dinamica in termini di quantità di moto, resterebbe da esprimere in tal modo anche il Principio di azione e reazione. Come sarà ampiamente discusso nel seguito, ciò equivale a estendere la conservazione della quantità di moto, dal caso di una singola particella libera (primo Principio), al caso di un sistema isolato di punti materiali. Per quanto detto, è dunque preferibile rimandare tale generalizzazione al capitolo 7, ove troverà una più naturale collocazione.

4-12 Momento angolare

Vogliamo ora definire una nuova grandezza dinamica, il ***momento della quantità di moto***, spesso denominato anche ***momento angolare*** (traducendo in italiano l'espressione anglosassone *angular momentum*). Nel paragrafo 2-14 è già stato definito il momento di un vettore applicato; nel caso in cui il vettore applicato sia la quantità di moto di un punto materiale, il corrispondente momento, rispetto a un polo Ω, in base alla ricordata definizione risulta

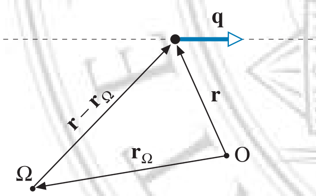

FIGURA 4-49
Una particella in moto rettilineo ha momento angolare non nullo, rispetto a Ω.

$$\boxed{\mathbf{p}_\Omega = (\mathbf{r} - \mathbf{r}_\Omega) \times \mathbf{q} \equiv \mathbf{r}^* \times \mathbf{q}} \qquad (4\text{-}8)$$

dove $\mathbf{r}^* = (\mathbf{r} - \mathbf{r}_\Omega)$ è il vettore che congiunge il polo Ω col punto materiale (fig. 4-49) e $\mathbf{q} = m\,\mathbf{v}$ è la quantità di moto.

Utilizzando tale definizione e il Secondo Principio della Dinamica, possiamo dimostrare una relazione valida per il moto di ogni punto materiale, che in termini di momenti rappresenta l'analoga della relazione (4-4). A tal fine, deriviamo rispetto al tempo la (4-8)

$$\frac{d\mathbf{p}_\Omega}{dt} = \frac{d(\mathbf{r} - \mathbf{r}_\Omega)}{dt} \times \mathbf{q} + (\mathbf{r} - \mathbf{r}_\Omega) \times \frac{d\mathbf{q}}{dt}.$$

La derivata del vettore $(\mathbf{r} - \mathbf{r}_\Omega)$ è la differenza delle velocità dei punti P e Ω; inoltre, per il Secondo Principio della Dinamica, $\dfrac{d\mathbf{q}}{dt} = \mathbf{f}$. La precedente equazione diviene allora

$$\frac{d\mathbf{p}_\Omega}{dt} = (\mathbf{v} - \mathbf{v}_\Omega) \times \mathbf{q} + (\mathbf{r} - \mathbf{r}_\Omega) \times \mathbf{f}.$$

Tenuto ora conto che $\mathbf{v} \times \mathbf{q} = 0$, in quanto prodotto vettoriale fra vettori paralleli,

$$\frac{d\mathbf{p}_\Omega}{dt} = -\mathbf{v}_\Omega \times \mathbf{q} + (\mathbf{r} - \mathbf{r}_\Omega) \times \mathbf{f} = \mathbf{m}_\Omega - \mathbf{v}_\Omega \times \mathbf{q} \qquad (4\text{-}9)$$

PROGETTO "e-Learning" PRESIDENZA DI INGEGNERIA http://elearning.ing.unibo.it Facoltà di Ingegneria ALMA MATER STUDIORUM UNIVERSITÀ DI BOLOGNA
Copyright 2003 ALMA MATER STUDIORUM - Univerità di Bologna "Principi della dinamica" A. A. 2008 Autore MASSA IGNAZIO GIACOMO Corso di FISICA GENERALE L-C Facoltà di Ingegneria Tipo di Materiale Dispense

PROGETTO "e-Learning"
PRESIDENZA DI INGEGNERIA
http://elearning.ing.unibo.it
Facoltà di Ingegneria
ALMA MATER STUDIORUM UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

 ISBN 88-408-0963-5

ove

$$\mathbf{m}_\Omega = (\mathbf{r} - \mathbf{r}_\Omega) \times \mathbf{f} \tag{4-10}$$

è il momento (rispetto a Ω) della forza $\mathbf{f}$.

Il risultato ottenuto mostra che, se scegliamo come polo Ω un ***punto fisso***, la *derivata del momento della quantità di moto* di un punto materiale è uguale al *momento risultante* delle forze agenti su tale punto:

$$\boxed{\mathbf{m}_\Omega = \frac{\mathrm{d}\mathbf{p}_\Omega}{\mathrm{d}t}}\,. \tag{4-11}$$

Dalla (4-11) è immediato ottenere un risultato analogo al teorema dell'impulso (vedi il paragrafo precedente). Infatti, separando le variabili e integrando rispetto al tempo, si ottiene

$$\Delta\mathbf{p}_\Omega = \int_{t_1}^{t_2} \mathbf{m}_\Omega(t)\ \mathrm{d}t \tag{4-12}$$

relazione che va sotto il nome di ***Teorema del momento dell'impulso*** (o dell'impulso angolare).

Dalla stessa relazione (4-11) segue anche che, *se il momento risultante delle forze è nullo, il momento angolare è costante*. Un'importante situazione in cui tale relazione dimostra la propria efficacia è quella dei corpi puntiformi soggetti esclusivamente a una ***forza centrale***: con ciò si intende che la particella si muove in una regione dello spazio sotto l'azione di forze il cui risultante ha in ogni punto la direzione della retta congiungente la particella con un dato punto Ω. Di conseguenza, la forza ha la direzione del vettore $\mathbf{r} - \mathbf{r}_\Omega$ e quindi il suo momento rispetto a Ω è nullo, essendo il prodotto vettoriale di due vettori paralleli. Per la (4-11), il momento angolare $\mathbf{p}_\Omega$ è quindi costante nel tempo. In conclusione, per le *forze centrali* il momento angolare rispetto al centro di forza si conserva. Si osservi che la ***conservazione del momento angolare*** dipende esclusivamente dalla direzione di tali forze (e non dalla loro intensità).

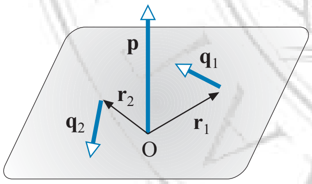

FIGURA 4-50
I moti centrali sono piani.

Da questa proprietà di conservazione si possono dedurre altre importanti caratteristiche cinematiche dei moti centrali (cioè, dovuti a forze centrali). Si può infatti dimostrare che ***i moti centrali sono piani*** e che essi avvengono con ***velocità areolare costante***. Definiremo fra breve quest'ultima grandezza; verifichiamo anzitutto il carattere piano del moto. Per semplicità di notazione, assumiamo l'origine del nostro sistema di riferimento nel centro di forza; allora, la conservazione di $\mathbf{p} = \mathbf{r} \times m\,\mathbf{v}$ implica che il piano istantaneamente individuato da $\mathbf{r}$ e $\mathbf{v}$, cui $\mathbf{p}$ è perpendicolare (fig. 4-50), resti invariato nel tempo. I vettori $\mathbf{r}(t)$, che identificano le posizioni successivamente occupate dal punto materiale durante il suo moto, giacciono tutti nel medesimo piano, che è quello del moto.

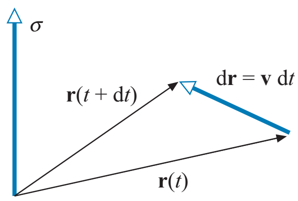

FIGURA 4-51
Velocità areolare.

In molti casi di moti piani, è utile considerare la cosiddetta *velocità areolare* $\boldsymbol{\sigma}$, definita come un vettore che ha direzione perpendicolare al piano del moto, modulo uguale alla rapidità con la quale il vettore $\mathbf{r}$ «spazza» il piano e verso tale da vedere ruotare $\mathbf{r}$ in senso antiorario (fig. 4-51). In un intervallo di tempo $\mathrm{d}t$, lo spostamento del punto è dato da $\mathrm{d}\mathbf{r} = \mathbf{v}\ \mathrm{d}t$ e quindi l'area elementare $\mathrm{d}A$ corrispondentemente spazzata da $\mathbf{r}$ è, a meno di infinitesimi di ordini superiore, quella del triangolo elementare della figura, cioè uguale alla metà dell'area del parallelogramma individuato dai vettori $\mathbf{r}$ e $\mathrm{d}\mathbf{r}$.

Copyright 2003 ALMA MATER STUDIORUM - Univerità di Bologna
"Principi della dinamica" A. A. 2008
Autore MASSA IGNAZIO GIACOMO
Corso di FISICA GENERALE L-C
Facoltà di Ingegneria Tipo di Materiale Dispense

PROGETTO "e-Learning"
PRESIDENZA DI INGEGNERIA
http://elearning.ing.unibo.it
Facoltà di Ingegneria
ALMA MATER STUDIORUM UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

Ricordando il significato del modulo del prodotto vettoriale di due vettori possiamo scrivere

$$\mathrm{d}A = \frac{|\mathbf{r} \times \mathrm{d}\mathbf{r}|}{2} = \frac{|\mathbf{r} \times \mathbf{v}|\ \mathrm{d}t}{2}$$

e, quindi, per il modulo di $\boldsymbol{\sigma}$ si ha

$$\sigma = \frac{\mathrm{d}A}{\mathrm{d}t} = \frac{|\mathbf{r} \times \mathbf{v}|}{2} = \frac{p}{2m}.$$

D'altra parte, per la definizione data, vale anche la relazione vettoriale

$$\boldsymbol{\sigma} = \frac{\mathbf{p}}{2m} \tag{4-13}$$

che mostra la proporzionalità fra velocità areolare e momento angolare. La conservazione di **p** implica quindi la *costanza della velocità areolare nei moti centrali* (per esempio, nel caso dell'interazione gravitazionale).

APPROFONDIMENTI

4-13 Massa e peso

Una delle circostanze in cui termini scientifici vengono generalmente usati in modo scorretto nel linguaggio comune è certamente quella in cui si parla di massa e di peso. Il nostro lettore, in seguito alla lettura del primo capitolo, dovrebbe essere in grado di riconoscere che (gran parte di) tale confusione nasce dall'ignorare che le grandezze fisiche hanno una definizione operativa e che i legami fra esse vanno stabiliti per mezzo delle osservazioni sperimentali. Su queste basi vogliamo ora riflettere sul significato fisico di tali grandezze e sulle relazioni che intercorrono fra di esse.

Il peso di un corpo è stato introdotto come una *forza* (a distanza), di cui è stata descritta la procedura di misurazione, mediante l'uso di un dinamometro; anche per la massa è stata indicata, nel capitolo 1, una procedura di misurazione statica per mezzo della bilancia, mentre in questo capitolo si sono discusse, in particolare, la definizione e la misurazione dinamica della *massa inerziale*. Possiamo quindi porci alcune domande scientificamente fondate. Esiste una relazione fra massa e peso, quale legame c'è fra massa e massa inerziale? Esiste una relazione fra peso e massa inerziale?

Per rispondere a tali importanti quesiti facciamo alcune considerazioni basate su *osservazioni sperimentali* e sull'ipotesi di trovarci in un *sistema di riferimento inerziale*. Sulla base delle definizioni introdotte per la misurazione statica delle forze, se due corpi 1 e 2 (non soggetti ad altre forze), appesi in un dato luogo P a un dinamometro, determinano separatamente il medesimo allungamento, $\Delta l_1 = \Delta l_2 = \Delta l(\mathrm{P})$, si può dire che i due corpi hanno lo stesso peso $\mathbf{w}(\mathrm{P})$. È importante sottolineare il fatto, sperimentalmente osservabile, che tali corpi, posti sui piatti di una bilancia a bracci uguali (par. 1-12), la mantengono in equilibrio. Se poi i medesimi corpi vengono spostati in altro luogo P′, e si ripetono le precedenti osservazioni, si ritrova l'uguaglianza degli allungamenti del dinamometro ($\Delta L_1' = \Delta L_2'$) ma con $\Delta L' \neq \Delta L$ (il loro peso in P′, $\mathbf{w}(\mathrm{P}')$ è quindi diverso da quello in P), mentre si registra che i corpi appoggiati

Copyright 2003 ALMA MATER STUDIORUM - Univeristà di Bologna
"Principi della dinamica" A. A. 2008
Autore MASSA IGNAZIO GIACOMO
Corso di FISICA GENERALE L-C
Facoltà di Ingegneria Tipo di Materiale Dispense

PROGETTO "e-Learning"
PRESIDENZA DI INGEGNERIA
http://elearning.ing.unibo.it
Facoltà di Ingegneria
ALMA MATER STUDIORUM UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

 ISBN 88-408-0963-5

sui piatti della bilancia la mantengono ancora in equilibrio. Potremmo fare ripetere tali osservazioni anche sulla superficie della Luna ad astronauti che si fossero portati appresso tali corpi, assieme a dinamometri e bilance: le conclusioni sarebbero le stesse.

È evidente che ciò che accomuna tutte queste situazioni, *indipendentemente dal luogo* P, è il fatto che i due corpi *mantengono in equilibrio la bilancia*: ciò si esprime dicendo che i corpi hanno in comune una proprietà fisica intrinseca: quella che chiamiamo massa e che, assunto un oggetto campione, sappiamo quantificare mediante l'assegnazione di un valore m_g con le procedure d'uso della bilancia esposte nel paragrafo 1-12.

D'altra parte, mediante il dinamometro, siamo in grado di misurare oltre che il modulo anche direzione e verso del peso $\mathbf{w}$. Ebbene, *si osserva che, in ogni punto* P*, si ha proporzionalità fra* $\mathbf{w}$ *e* m_g:

$$\mathbf{w} = m_g \boldsymbol{\gamma} \tag{4-14}$$

tramite un vettore $\boldsymbol{\gamma}$ che, nelle vicinanze della superficie terrestre, ha direzione verticale e dipende essenzialmente solo dalla distanza h di P dalla superficie della Terra; sulla Luna vale una relazione analoga, con la stessa m_g ma con un $\boldsymbol{\gamma}$ diversa (e di modulo più piccolo), anche a parità di distanza h dalla superficie (lunare). Interpretiamo questo insieme di fatti dicendo che nella (4-14) m_g è la grandezza intrinseca di un corpo che caratterizza la sua capacità di interagire con altri corpi (la Terra, la Luna, ecc.) mediante le forze attrattive gravitazionali, mentre $\boldsymbol{\gamma}$ esprime lo stato di cose prodotto in P da tali corpi (il campo gravitazionale da essi determinato). La grandezza m_g (misurata dalla bilancia) è chiamata quindi *massa gravitazionale*.

La relazione (4-14) mostra che in ogni punto P, per due corpi generici, con masse e pesi diversi, si ha

$$\frac{m_{g2}}{m_{g1}} = \frac{w_2}{w_1}. \tag{4-15}$$

Chiarito il significato della massa misurata dalle bilance e la sua relazione con il peso, esaminiamo il problema del loro legame con la massa inerziale (m_i). A tale scopo ha un'importanza fondamentale il fatto sperimentale che in un dato punto P, corpi diversi, soggetti unicamente alla forza peso, si muovono (in un riferimento inerziale) con la medesima accelerazione $\mathbf{g}$(P). Una prima conclusione in tale senso fu raggiunta, come noto, da Galileo, forse facendo cadere oggetti di diverso peso dalla torre di Pisa. In seguito sono stati realizzati molti esperimenti, sempre più raffinati, per verificare l'*universalità delle accelerazioni dei corpi in «caduta libera»*. La precisione raggiunta attualmente in questi esperimenti (detti di *Eötvös*, dal nome del fisico ungherese che ne realizzò una serie molto importante all'inizio di questo secolo) è dell'ordine di 10^{-11}.

Dal Secondo Principio della Dinamica, che collega forza ad accelerazione mediante la massa inerziale m_i, risulta quindi, *in ogni punto* P:

$$\frac{m_{i2}}{m_{i1}} = \frac{w_2}{w_1}. \tag{4-16}$$

Dalla discussione fatta possiamo trarre le seguenti conclusioni:

a) La (4-16) mostra che una misura statica dei pesi, con il dinamometro, può servire anche per la misura del *rapporto* fra le masse inerziali.

Copyright 2003 ALMA MATER STUDIORUM - Univeristà di Bologna
"Principi della dinamica" A. A. 2008
Autore MASSA IGNAZIO GIACOMO
Corso di FISICA GENERALE L-C
Facoltà di Ingegneria Tipo di Materiale Dispense

PROGETTO
"e-Learning"
PRESIDENZA DI
INGEGNERIA
http://elearning.ing.unibo.it
Facoltà di
Ingegneria
ALMA MATER STUDIORUM
UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

ISBN 88-408-0963-5

b) Il confronto fra la (4-15) e la (4-16) indica che, per ogni corpo, il rapporto fra massa inerziale e massa gravitazionale è costante e indipendente dal corpo

$$\frac{m_\mathrm{g}}{m_\mathrm{i}} = cost. \tag{4-17}$$

c) Quindi, scegliendo lo stesso corpo come campione sia di massa gravitazionale che di massa inerziale, si possono caratterizzare entrambe queste proprietà con lo stesso valore m e parlare semplicemente di *massa*.
d) Della *massa* si può perciò dare sia una misura *dinamica* (sfruttando le proprietà *inerziali*) sia una misura *statica* (con la bilancia, utilizzando le proprietà *gravitazionali*).
e) Il peso di un corpo, in un riferimento inerziale, si può esprimere nella forma $\mathbf{w} = m\,\mathbf{g}$. Tale relazione vale, con ottima approssimazione, anche in un sistema di riferimento terrestre.

La proporzionalità fra massa inerziale e gravitazionale, espressa dalla (4-17), è una caratteristica estremamente importante della natura, al punto da essere collegata a un principio della teoria della Relatività generale di Einstein (*Principio di equivalenza debole*). Una breve discussione di questo argomento sarà presentata nel capitolo dedicato alla gravitazione.

Chiudiamo qui questa discussione su massa e peso, avvertendo il lettore che, tuttavia, dovremo ritornare sul significato da attribuire al «*peso*» di un corpo, nelle situazioni in cui le osservazioni sperimentali vengono effettuate in un *sistema di riferimento non inerziale* (cap. 5).

4-14 Misure indirette di massa

L'uso di metodi indiretti per le misure di massa è necessario ogniqualvolta risulta impossibile il confronto diretto, discusso nel corso del capitolo; ci limiteremo ad accennare a due di questi metodi, che trovano applicazione in misure rispettivamente di grandi masse e di piccole masse.

La massa del Sole, come quelle dei pianeti del Sistema Solare dotati di satelliti, si determina facendo uso della terza legge di Keplero. Questa, come verrà discusso nel seguito, permette di calcolare la massa M del corpo attorno a cui ruota il satellite, conoscendo il periodo del moto di rivoluzione e la lunghezza del semiasse maggiore dell'orbita ellittica.

Per la misurazione di piccole masse, accenniamo al metodo con cui è stata determinata, da Thompson, la massa dell'elettrone. Occorre disporre di un tubo a fasci catodici, al cui interno viene prodotto un fascio di elettroni, per emissione termoionica da un filamento riscaldato. Gli elettroni, accelerati da un potenziale positivo, colpiscono lo schermo fluorescente producendo un punto luminoso. Questo può essere spostato applicando un campo elettrico perpendicolarmente alla traiettoria degli elettroni, e riportato nella posizione iniziale, aggiungendo un campo magnetico, anch'esso perpendicolare alla traiettoria degli elettroni. Il rapporto e/m fra la carica e la massa dell'elettrone può essere determinato dal rapporto fra i valori dei due campi, elettrico e magnetico, necessari per mantenere il punto luminoso nella sua posizione iniziale. Poiché la carica dell'elettrone è nota da altre misure indipendenti, si può ottenere il valore della massa m.

Copyright 2003
ALMA MATER STUDIORUM - Univerità di Bologna
"Principi della dinamica"
A. A. 2008
Autore
MASSA IGNAZIO GIACOMO
Corso di
FISICA GENERALE L-C
Facoltà di Ingegneria
Tipo di Materiale Dispense

PROGETTO "e-Learning"
PRESIDENZA DI INGEGNERIA
http://elearning.ing.unibo.it
Facoltà di Ingegneria
ALMA MATER STUDIORUM UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

 ISBN 88-408-0963-5

4-15 Quantizzazione della massa

Una grandezza è detta quantizzata quando può esistere soltanto come multiplo intero di una quantità elementare; le caratteristiche di quantizzazione divengono evidenti soltanto quando si esegue un'analisi a livello atomico.

Nel mondo microscopico dei nuclei e degli atomi, esistono diverse grandezze fisiche quantizzate. Per quanto riguarda la massa, limiteremo la discussione a sistemi che si trovano allo stato gassoso, al fine di semplificare la trattazione, evitando alcune complicazioni che sorgono dal dover considerare energie di legame delle fasi liquida e solida.

La materia, allo stato gassoso, è costituita generalmente da molecole, che sono aggregati di atomi. Questi, a loro volta, sono costituiti da un nucleo centrale, attorno al quale, in un modello semplificato, ruotano gli elettroni. Il nucleo è formato di protoni e di neutroni; le loro masse, espresse in kilogrammi, sono rappresentate da numeri talmente piccoli da rendere terribilmente scomodo e inopportuno l'uso di tale unità. Si preferisce utilizzare una nuova unità, denominata unità atomica di massa (con simbolo u): essa risulta definita ponendo uguale a 12 u la massa del nucleo del ^{12}C, ed è equivalente a $1{,}66054 \cdot 10^{-27}$ kg.

Riportiamo nella tabella 4-2 le masse dell'elettrone, del protone, del neutrone e degli isotopi dell'idrogeno, espresse in unità atomiche di massa. Idrogeno, deuterio e trizio sono tre isotopi dell'idrogeno (così sono chiamati i nuclei che hanno le stesse proprietà chimiche, ma differente massa).

TABELLA 4-2
Masse di alcune particelle.

Particella	*Simbolo*	*Massa* (u)
Elettrone	e	0,000549
Protone	p	1,007276
Neutrone	n	1,008665
Atomo di idrogeno	H^1	1,007825
Atomo di deuterio	H^2	2,0140
Atomo di trizio	H^3	3,0160

Dal punto di vista chimico gli isotopi hanno lo stesso comportamento, determinato dagli elettroni che circondano il nucleo, la cui carica dipende dal numero dei protoni che formano il nucleo. Il nucleo dell'idrogeno è costituito da un protone, quello del deuterio da un protone e un neutrone, quello del trizio da un protone e due neutroni. Osservando la tabella, si nota che le masse del deuterio e del trizio sono minori della somma delle masse dei loro costituenti. Il deficit di massa è dovuto al fatto che il nucleo (nel quale i nucleoni sono legati l'un l'altro) è uno stato più stabile di quello che corrisponderebbe all'insieme dei suoi componenti liberi: la stabilità corrisponde a un livello inferiore di energia ed esiste una corrispondenza fra massa ed energia, data dalla relazione

$$E = m\,c^2$$

in cui E e m rappresentano rispettivamente l'energia e la massa del nucleo, e c la velocità della luce nel vuoto. Il fatto che uno stato stabile possieda una massa minore della somma dei suoi componenti è una proprietà del tutto generale: la massa mancante si è trasformata in energia di

Copyright 2003 ALMA MATER STUDIORUM - Univerità di Bologna
"Principi della dinamica" A. A. 2008
Autore MASSA IGNAZIO GIACOMO
Corso di FISICA GENERALE L-C
Facoltà di Ingegneria Tipo di Materiale Dispense

PROGETTO "e-Learning"
PRESIDENZA DI INGEGNERIA
http://elearning.ing.unibo.it
Facoltà di Ingegneria
ALMA MATER STUDIORUM UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

legame fra i componenti.

Ciò avviene anche per gli atomi e le molecole. Infatti, la massa di un atomo è minore della somma delle masse del nucleo e degli elettroni che lo costituiscono; analogamente, la massa di una molecola risulterà minore della somma delle masse degli atomi che concorrono a formarla. La molecola ha comunque un valore di massa ben definito e, poiché un gas rarefatto è formato da un insieme di molecole che interagiscono in modo trascurabile, la massa dell'intero sistema non può avere un valore qualsivoglia, essendo data dal prodotto di un numero intero per la massa della singola molecola.

Per stimare la massa di un atomo, si può procedere osservando che la differenza fra le masse del protone e del neutrone non è molto elevata; che il deficit di massa nella formazione dei nuclei è piccolo rispetto alla massa del protone e del neutrone; che la massa degli elettroni può essere trascurata rispetto a quella dei protoni e dei neutroni e che, infine, si può altresì trascurare la perdita di massa nella formazione dell'atomo. Nel limite di queste approssimazioni, moltiplicando il numero totale N di protoni e di neutroni per la massa del singolo protone si ottiene che la massa dell'atomo è approssimabile con

$$M \approx N\, m_p\,.$$

La regola può essere verificata con i dati della tabella 4-2. L'errore maggiore che si commette dipende dall'aver trascurato la perdita di massa derivante dalla formazione del nucleo. Questa corrisponde a una quantità che è circa l'uno per cento della massa di ogni protone o neutrone che viene aggiunto al nucleo.

4-16 Misura dinamica delle forze

La grandezza forza è definibile in modo operativo utilizzando, almeno in linea di principio, un dinamometro. Ciò permette di riconoscere e di studiare le proprietà di tutte le forze che osserviamo in Natura. Nei sistemi di riferimento inerziali, le proprietà di tutte le forze note sono esprimibili in termini delle posizioni relative dei corpi interagenti e delle loro caratteristiche. *Una delle proprietà* delle forze è descritta dal Secondo Principio della Dinamica: una forza, applicata a un corpo di massa costante, ne determina un'accelerazione che (se la forza è unica) le è proporzionale.

La misura statica della forza (cioè con il dinamometro) non sempre è utilizzabile. Non lo è certamente quando si considera l'interazione fra due corpi celesti (per esempio fra Terra e Luna) o fra due atomi. Si cerca allora di ricostruire la legge della forza attraverso i suoi effetti dinamici, utilizzando il Secondo Principio della Dinamica. In questo caso la $\mathbf{f} = m\,\mathbf{a}$ viene impiegata per fornire una «definizione» dinamica operativa della forza. Determinata in questo modo la legge della forza, se ne verifica l'attendibilità utilizzandola in casi diversi, con l'ausilio del Secondo Principio.

Riteniamo importante sottolineare che in molti testi, soprattutto di origine americana, in contrasto con l'approccio qui seguito, la relazione $\mathbf{f} = m\,\mathbf{a}$ è utilizzata soltanto come definizione di una forza e non più, quindi, come una Legge di Natura. Ciò contrasta in qualche modo con il fatto, che sarà discusso nel paragrafo 4-18, che in Natura esiste un nu-

Copyright 2003 ALMA MATER STUDIORUM - Univerità di Bologna
"Principi della dinamica" A. A. 2008
Autore MASSA IGNAZIO GIACOMO
Corso di FISICA GENERALE L-C
Facolta di Ingegneria Tipo di Materiale Dispense

PROGETTO "e-Learning"
PRESIDENZA DI INGEGNERIA
http://elearning.ing.unibo.it
Facoltà di Ingegneria
ALMA MATER STUDIORUM UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

 ISBN 88-408-0963-5

mero limitato di forze, che possiamo chiamare ***fondamentali***; tutte le altre sono riconducibili a combinazioni più o meno complesse di queste.

4-17 Principio di relatività e covarianza delle leggi fisiche

È stato asserito più volte che per lo studio scientifico dei fenomeni fisici è necessario introdurre sistemi di riferimento e definite procedure operative per le misurazioni. La scelta del sistema di riferimento è in larga misura arbitraria, ma può essere determinante per rendere più semplice e comprensibile l'interpretazione fisica dei risultati delle osservazioni.

Il ruolo particolare dei sistemi di riferimento *inerziali* sta nella notevole *semplicità* con cui si esprime in tali sistemi l'*equazione del moto di un corpo libero*, indubbiamente la situazione più semplice che può essere considerata. D'altra parte, l'obiettivo della ricerca fisica è la spiegazione di molti fenomeni, anche complessi, per mezzo di un numero il più possibile limitato di Leggi di ampia validità. Si pone quindi il problema della dipendenza o meno delle Leggi fisiche dal sistema di riferimento oppure, in altri termini, delle caratteristiche che le Leggi, dedotte da esperimenti eseguiti in un particolare sistema di riferimento, devono possedere per assurgere al ruolo di Leggi fondamentali della Fisica.

La risposta a questa domanda non può essere data in forma aprioristica, anche se, sulla sola base dell'esigenza di razionalità dell'interpretazione del mondo reale, ci possiamo aspettare che debbano essere soddisfatti alcuni requisiti di semplicità, simmetria e universalità: già Newton affermava che la Natura ama la semplicità, e si proponeva come direttiva metodologica di non avanzare un numero di ipotesi maggiore di quello strettamente necessario per spiegare le evidenze sperimentali. Come sempre tuttavia sono le osservazioni sperimentali a fornire le prove più convincenti.

Spetta a Galileo il merito di avere per primo chiaramente inferito, da una serie pur limitata di osservazioni sperimentali, l'indicazione della validità di un importante principio, il ***Principio di relatività***, da cui si possono ricavare, fra l'altro, criteri generali per riconoscere se una Legge fisica può essere considerata fondamentale. Tale principio è stato poi assunto da Einstein come uno dei postulati della sua teoria della Relatività.

Alcune considerazioni di Galileo sono vividamente illustrate dal seguente passo dei *Dialoghi sopra i massimi sistemi del mondo*:

"... Riserratevi con qualche amico nella maggiore stanza che sia sotto coverta di alcun gran navilio, e quivi fate d'aver mosche, farfalle e simili animaletti volanti; siavo anco un gran vaso d'acqua, e dentrovi de' pescetti; sospendasi anco in alto qualche secciello, che a goccia a goccia vadia versando dell'acqua in un altro vaso di angusta bocca, che sia posto a basso; e stando ferma la nave, osservate diligentemente come quelli animaletti volanti con pari velocità vanno verso tutte le parti della stanza, i pesci si vedranno andar notando indifferentemente per tutti i versi; le stille cadenti entreranno tutte nel vaso sottoposto; e voi, gettando all'amico alcuna cosa, non più gagliardamente le dovrete gettare verso quella parte che verso questa, quando le lontananze siano eguali; e saltando voi, come si dice, a piè giunti, eguali spazii passerete verso tutte le parti. Osservate che avrete diligentemente tutte queste cose, benché niun dubbio ci sia che mentre il vassello sta fermo non debbano succeder così, fate muover la nave con quanta si voglia velocità: ché (pur che il moto sia uniforme e non fluttuante in qua e il là) voi non riconoscerete una minima mutazione in tutti li nominati effetti, né da alcuno di quelli potrete comprender se la nave cammina oppure sta ferma ...." .

Copyright 2003 ALMA MATER STUDIORUM - Università di Bologna
"Principi della dinamica" A. A. 2008
Autore MASSA IGNAZIO GIACOMO
Corso di FISICA GENERALE L-C
Facoltà di Ingegneria Tipo di Materiale Dispense

Da questa lettura risulta evidente che “li nominati effetti” considerati da Galileo e osservati “sotto coverta”, cioè senza “guardare fuori”, non permettono di stabilire se la nave sta ferma o si muove (rispetto al molo, ad esempio) e di determinare la velocità di tale moto, purché la nave “non fluttui né in qua né in là”; cioè, in linguaggio più tecnico, purché il moto relativo fra nave e molo sia rettilineo e uniforme. In altri termini, i ***sistemi di riferimento*** connessi con la nave e con il molo, *in moto relativo di traslazione rettilinea e uniforme*, sono del tutto ***equivalenti***. Lo studio di vari *fenomeni fisici, osservati nelle medesime condizioni* in ciascuno di tali sistemi di riferimento, conduce esattamente alle stesse conclusioni e alle stesse interpretazioni; cioè essi *sono regolati dalle medesime Leggi.*

Con un processo di generalizzazione, che va molto al di là delle evidenze sperimentali studiate da Galileo (essenzialmente di tipo meccanico), si può quindi avanzare l’ipotesi, con Einstein, che *questa equivalenza* dei sistemi di riferimento S_u, animati di moto relativo di traslazione rettilinea e uniforme, sia *generale* e quindi che *tutte le Leggi fondamentali della Fisica debbano avere la stessa forma in tutti i sistemi di riferimento di questo tipo.* Per comprendere in modo corretto quest’ultima conclusione è opportuno esaminare un po’ più a fondo il significato del Principio di relatività. L’affermazione dell’equivalenza fra i sistemi S_u non implica in generale che i valori misurati delle varie grandezze fisiche siano gli stessi in tutti tali sistemi di riferimento, ma che ***le relazioni*** fisicamente significative, che fra tali grandezze si possono stabilire, non dipendano nella loro struttura e forma dal particolare sistema di riferimento adottato.

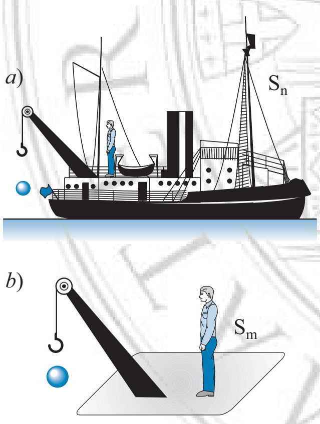

FIGURA 4-52

Precisiamo questo punto con un esempio, abbastanza banale ma istruttivo: il moto di un sasso lasciato cadere dall’alto di una gru, esaminato da due sistemi di riferimento: uno (S_m) connesso con il molo, e uno (S_n) connesso con una nave che si sta muovendo di moto rettilineo e uniforme nelle vicinanze del molo stesso. Consideriamo due casi:

a) il sasso sia lasciato cadere da una gru che si trovi sulla nave;

b) un identico sasso sia lasciato cadere da un’identica gru che si trovi sul molo.

Il confronto fra le osservazioni condotte in S_n nel caso *a*) e in S_m nel caso *b*) (fig. 4-52) mostra che i risultati ottenuti dai due osservatori sono esattamente gli stessi: per entrambi il sasso arriva ai piedi della gru da cui era stato lanciato, descrivendo, in entrambi i casi, una traiettoria rettilinea, muovendosi con la stessa accelerazione e impiegando lo stesso tempo.

Questi casi hanno in comune la medesima *condizione iniziale* per il sasso, nel sistema di riferimento solidale con la gru da cui viene lasciato cadere: stessa altezza dalla base della gru e stessa velocità iniziale. In ciascun sistema di riferimento che assuma (ad esempio) come origine il piede della gru, sono identiche sia la legge del moto ($\mathbf{a}$ = cost) che l’equazione vettoriale del moto $\mathbf{r} = \mathbf{r}(t)$, e quindi la traiettoria: il primo di questi fatti è connesso alla validità del Principio di relatività, il secondo dipende invece dalla coincidenza delle condizioni iniziali.

Confrontiamo invece, in figura 4-53, le osservazioni fatte da S_n e S_m nel caso *a*). Per S_n il sasso cade con accelerazione costante $\mathbf{a}$ lungo una traiettoria rettilinea, per S_m il sasso cade con la stessa $\mathbf{a}$, ma lungo una traiettoria parabolica, determinata dalla velocità iniziale $\mathbf{v}_0$ del sasso, uguale a quella $\mathbf{V}$ della nave rispetto al molo. Anche in questo caso la legge ($\mathbf{a}$ = *cost*) è la stessa nei due sistemi di riferimento, ma ora il moto appare avvenire lungo traiettorie diverse a causa del diverso valore della

PROGETTO “e-Learning”
PRESIDENZA DI INGEGNERIA
http://elearning.ing.unibo.it
Facoltà di Ingegneria
ALMA MATER STUDIORUM UNIVERSITÀ DI BOLOGNA
Copyright 2003 ALMA MATER STUDIORUM - Univerità di Bologna
"Principi della dinamica" A. A. 2008
Autore MASSA IGNAZIO GIACOMO
Corso di FISICA GENERALE L-C
Facoltà di Ingegneria Tipo di Materiale Dispense

 ISBN 88-408-0963-5

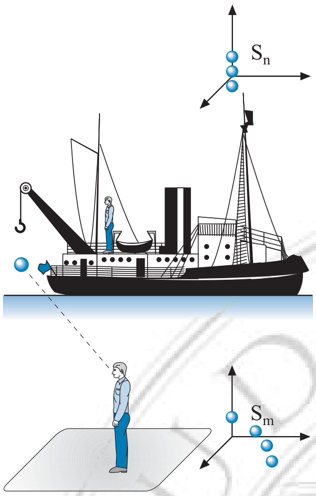

FIGURA 4-53

velocità iniziale (fig. 4-53). Il confronto delle due descrizioni cinematiche evidenzia il *moto relativo* dei due sistemi di riferimento, ma l'analisi dei risultati ottenuti porta entrambi gli osservatori alla stessa conclusione sulla grandezza fisicamente più significativa: l'accelerazione, che è collegata all'interazione del sasso con l'ambiente. È facile vedere che analoghe conclusioni si possono trarre confrontando le osservazioni di S_n e S_m nel caso simmetrico *b*).

Possiamo ora formalizzare il contenuto del Principio di relatività, in rapporto alla struttura che devono avere le Leggi della Fisica per essere con esso compatibili. Una generica Legge fisica è normalmente esprimibile mediante un'equazione (o un insieme di equazioni) che stabilisce il collegamento fra i valori misurati di varie grandezze fisiche A, B, C, ... (di vario tipo, scalari, vettoriali, tensoriali, ecc.). In un sistema di riferimento S tale legge sia rappresentata dalla relazione

$$g(a, b, c, \ldots) = 0$$

ove a, b, c, ... sono i valori misurati di tali grandezze in S e g è una generica espressione funzionale. Se ora consideriamo un altro sistema di riferimento S′, i valori misurati per A, B, C, ... in generale cambieranno in a', b', c', ... secondo certe leggi di trasformazione, che sono caratteristiche del tipo di grandezza in questione e dipendono in modo essenziale dal moto relativo dei due sistemi di riferimento. In generale la relazione che si ritrova valida in S′ fra tali valori sarà esprimibile mediante un'equazione del tipo

$$g'(a', b', c' \ldots) = 0$$

ove g' è diverso da g.

Ebbene, se S e S′ sono due sistemi di riferimento che si muovono uno rispetto all'altro di moto traslatorio rettilineo uniforme, appartenenti cioè alla classe S_u, il Principio di relatività impone che la relazione funzionale fra le grandezze fisiche che esprime la Legge in oggetto sia la medesima nei due sistemi di riferimento, cioè che sia

$$g = g'.$$

Ciò si esprime dicendo che ***il Principio di relatività richiede che la forma delle leggi fisiche non cambi*** passando da S a S′.

Se la legge è espressa nella forma di uguaglianza fra un primo membro e un secondo membro di un'equazione, dipendenti ciascuna dai valori di grandezze fisiche, si dice anche che i membri di tale equazione devono essere ***covarianti*** (cioè si devono trasformare allo stesso modo) nel passaggio da S a S′, per preservare l'eguaglianza e quindi la forma della Legge. Spesso si usa dire semplicemente che le Leggi della Fisica devono essere ***invarianti*** per le trasformazioni fra sistemi S_u. In effetti il Principio di relatività impone l'invarianza in forma, mentre l'invarianza dei singoli membri dell'equazione che esprime la Legge è invece un caso particolare della covarianza, e sussiste solo in situazioni particolari.

Il contenuto essenziale del ***Primo Principio della Dinamica*** è l'affermazione che *esiste almeno un sistema* di riferimento S_0 in cui un corpo libero si muove di moto rettilineo uniforme: il nome stesso di *sistema inerziale* che viene dato a tale sistema deriva proprio dal fatto che il suddetto principio ne assicura l'esistenza.

L'esistenza di una classe di infiniti altri sistemi in cui vale il Principio di inerzia (tutti quelli (S_i) che si muovono rispetto ad esso di moto tra-

PROGETTO "e-Learning"
PRESIDENZA DI INGEGNERIA
http://elearning.ing.unibo.it
Facoltà di Ingegneria
ALMA MATER STUDIORUM UNIVERSITÀ DI BOLOGNA
Copyright 2003 ALMA MATER STUDIORUM - Univerità di Bologna
"Principi della dinamica" A. A. 2008
Autore MASSA IGNAZIO GIACOMO
Corso di FISICA GENERALE L-C
Facoltà di Ingegneria Tipo di Materiale Dispense

PROGETTO "e-Learning"
PRESIDENZA DI INGEGNERIA
http://elearning.ing.unibo.it
Facoltà di Ingegneria
ALMA MATER STUDIORUM UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

slatorio rettilineo uniforme, e che saranno anch'essi chiamati inerziali) può essere considerata, nell'ambito della Fisica classica, come una conseguenza delle corrispondenti leggi di trasformazione delle velocità.

In alternativa, l'esistenza di infiniti sistemi inerziali può essere vista come una conseguenza particolare del ***Principio di relatività***. Esso afferma infatti la *completa equivalenza di tutti i sistemi di riferimento animati di moto relativo traslatorio rettilineo uniforme*, e quindi, se si assume che la prima Legge della Dinamica sia una legge fondamentale della Fisica, per il Principio di relatività essa deve valere in tutti i sistemi S_i. La possibilità di *svincolare* l'esistenza di infiniti sistemi di riferimento inerziali dalla validità delle proprietà classiche dello spazio e del tempo (cioè dal loro carattere assoluto), e quindi dalle trasformazioni di Galileo, collegandola invece alla validità del Principio di relatività, è molto importante in prospettiva: come già più volte accennato, infatti, esistono fenomeni (per esempio, la propagazione delle onde elettromagnetiche nel vuoto, caratterizzata da una velocità indipendente dal sistema di riferimento) che obbediscono a leggi la cui validità generale implica una contraddizione fra il Principio di relatività e le trasformazioni di Galileo.

In effetti assumendo, come nella *teoria della Relatività (ristretta)*, sia la validità del *Principio di relatività*, sia la *costanza della velocità della luce*, si trova che le leggi di trasformazione (fra sistemi di riferimento inerziali) compatibili con tali postulati sono le *Leggi di trasformazione di Lorentz*, diverse da quelle di Galileo. Le implicazioni di questo fatto sono notevoli dal punto di vista di principio, in quanto comportano una revisione radicale delle caratteristiche dello spazio e del tempo.

4-18 Interazioni fondamentali

L'esperienza quotidiana farebbe presupporre l'esistenza di molteplici forze che agiscono nel nostro mondo (macroscopico). Nel tentativo di esprimerne le leggi, si è spesso costretti a semplificazioni di vario genere, costruendo modelli di validità limitata: si pensi tipicamente all'attrito, che assume aspetti e descrizioni le più svariate, come vedremo nei prossimi capitoli.

Malgrado la varietà di situazioni, i ricercatori, da sempre, hanno considerato fondamentale il problema dell'unificazione delle forze. Già Newton realizzò un passo importantissimo in questa direzione, nel XVII secolo, quando intuì che l'interazione fra i corpi celesti (gravitazionale) è la stessa che attira i corpi sulla Terra; dopo di lui Maxwell, nel XIX secolo, realizzò la fondamentale unificazione dei fenomeni elettrici, magnetici e luminosi, dandone una spiegazione unitaria con le sue leggi dell'elettromagnetismo. L'importante processo di ricondurre tutte le forze che si manifestano in Natura al minor numero di interazioni fondamentali, è proceduto nei secoli e, probabilmente, non è ancora compiuto. Oggi sappiamo che tre sole interazioni fra particelle elementari sono in grado di spiegare ogni fenomeno fisico: l'interazione ***gravitazionale***, l'interazione ***elettrodebole*** e l'interazione (*nucleare*) ***forte***. Tali interazioni vengono chiamate ***interazioni fondamentali*** e ogni forza conosciuta può essere ricondotta a una di queste tre.

Mediante lo studio delle interazioni fra le particelle, lo sviluppo della Fisica moderna ha portato a una soddisfacente rappresentazione teorica dell'Universo. La metodologia seguita consiste nel descrivere ogni struttura osservata in Natura con un'opportuna combinazione di *elementi*

Copyright 2003 ALMA MATER STUDIORUM - Univerità di Bologna
"Principi della dinamica" A. A. 2008
Autore MASSA IGNAZIO GIACOMO
Corso di FISICA GENERALE L-C
Facoltà di Ingegneria Tipo di Materiale Dispense

 ISBN 88-408-0963-5

fondamentali, riproponendo la concezione atomistica dei filosofi della Grecia antica. Il livello di elementarità è cambiato nel tempo, ma l'idea resta la stessa.

Al livello delle attuali conoscenze, cioè secondo il cosiddetto *modello standard*, i mattoni su cui si costruisce tutto l'Universo sono un certo numero di particelle, che oggi appaiono elementari, cioè non suddivisibili in altre componenti. Queste particelle sono (essenzialmente) sei *Quark* e sei *Leptoni*.

Molte particelle, una volta considerate elementari, si sono rivelate composte. L'atomo che, come dice il nome attribuitogli, avrebbe dovuto essere indivisibile, può essere scomposto in un nucleo e un certo numero di elettroni; il nucleo, a sua volta, è formato da protoni e neutroni.

In realtà l'Universo ordinario può essere costruito utilizzando solo una coppia di quark (con cui costruire i nucleoni) e due leptoni: l'elettrone (e^-) e il suo neutrino (ν_e) (fig. 4-54). Le altre particelle si manifestano solo quando si studia il mondo microscopico, utilizzando le altissime energie generate negli acceleratori di particelle.

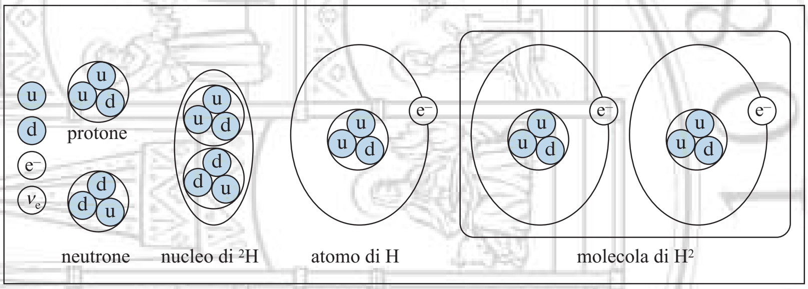

FIGURA 4-54
A partire dai costituenti elementari, si costruiscono strutture legate, sempre più complesse.

Legando insieme i quark si ottengono i nucleoni (protoni e neutroni), che sono i costituenti del nucleo atomico; l'atomo si completa aggiungendo ai nuclei gli elettroni. Legando gli atomi fra loro si ottengono le molecole, le quali, combinandosi in tutti i modi possibili, danno luogo a ogni corpo della Terra. E la Terra, insieme agli altri pianeti e a una stella (il Sole) costituisce il Sistema Solare; ma esistono moltissimi sistemi di stelle o di pianeti e stelle; essi formano le galassie, che sono radunate in ammassi, fino a costruire tutto l'Universo.

Si realizza così una sorta di ***gerarchia di strutture***, cioè di *sistemi legati*, via via sempre più complessi. Si fa spesso l'assunzione che ogni nuovo livello (più complesso) non porti con sé nuovi Principi, ma sia spiegabile come conseguenza delle Leggi del livello inferiore: si parla, in questo caso, di ***ipotesi riduzionistica***.

Entro tali limiti, dunque, ogni forza è riconducibile all'interazione fra particelle elementari. È per questo che le interazioni fondamentali vengono spesso chiamate la *colla* che tiene insieme le particelle elementari. La Fisica moderna c'insegna che tutte le interazioni fondamentali avvengono attraverso lo scambio di particelle caratteristiche, che sono chiamate *mediatori* (o *quanti*) *dell'interazione*. Ciò è particolarmente importante, tenuto conto anche del fatto sperimentale che non conosciamo particelle che viaggino a velocità superiore a quella della luce (fotoni) nel vuoto ($c \approx 3 \cdot 10^8$ m/s). Di conseguenza due corpi che interagiscono, *si scambiano informazioni* che impiegano un tempo diverso da zero per essere ricevute. Tenuto conto dell'altissima velocità con cui si propagano i

PROGETTO "e-Learning" PRESIDENZA DI INGEGNERIA http://elearning.ing.unibo.it Facoltà di Ingegneria ALMA MATER STUDIORUM UNIVERSITÀ DI BOLOGNA
Copyright 2003 ALMA MATER STUDIORUM - Univerità di Bologna "Principi della dinamica" A. A. 2008 Autore MASSA IGNAZIO GIACOMO Corso di FISICA GENERALE L-C Facoltà di Ingegneria Tipo di Materiale Dispense

PROGETTO
"e-Learning"
PRESIDENZA DI
INGEGNERIA
http://elearning.ing.unibo.it
Facoltà di
Ingegneria
ALMA MATER STUDIORUM
UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

ISBN 88-408-0963-5

mediatori, nella meccanica classica tutto accade come se l'informazione avesse velocità infinita, e dunque l'interazione avvenisse istantaneamente. Tale assunzione non può essere fatta però in altri ambiti della Fisica: comunque, la velocità finita di ogni segnale ha un significato fondamentale nella comprensione dei fenomeni naturali.

Di ciascuna interazione fondamentale tratteggeremo nel seguito alcune caratteristiche essenziali. Per quel che riguarda i confronti fra le intensità delle varie interazioni, va osservato che essi presentano un certo grado di elasticità. Qui verrà fatto riferimento ai rapporti fra le cosiddette *costanti di accoppiamento adimensionali*, calcolate utilizzando la massa del protone.

4-18-1 Interazione gravitazionale

Si tratta dell'interazione nota fin dai tempi più antichi; già i greci, alcuni secoli avanti Cristo, s'interessarono alla caduta dei gravi e al moto dei pianeti. Poiché essa è l'unica delle interazioni fondamentali ad avere rilevanza *diretta* in ambito meccanico, ne approfondiremo maggiormente alcuni aspetti in un capitolo a parte. Qui possiamo dire che, fra le interazioni conosciute, quella gravitazionale è la meno intensa. La sua intensità, confrontata con quella dell'interazione forte, è circa 10^{-38} volte più piccola. I suoi effetti macroscopici, che tocchiamo con mano tutti i giorni, sono dovuti in realtà alle enormi masse gravitazionali coinvolte. L'interazione gravitazionale fra due corpi puntiformi posti a distanza r, può essere espressa dalla relazione:

$$\mathbf{f}_\mathrm{g} = -G\frac{m_{\mathrm{g}1}m_{\mathrm{g}2}}{r^2}\mathbf{u}_r. \qquad (4\text{-}18)$$

Le due grandezze $m_{\mathrm{g}1}$ e $m_{\mathrm{g}2}$ sono caratteristiche dei due corpi, e sono chiamate ***masse gravitazionali***: esse misurano la capacità di un corpo di interagire in questa forma e hanno valori solo positivi. La massa gravitazionale è la sorgente dell'interazione gravitazionale.

La costante G, il cui valore è $G = 6{,}67259 \cdot 10^{-11}\ (\mathrm{N\,m^2})/\mathrm{kg}^2$, con un errore di circa lo 0,013 %, è una costante universale.

L'interazione si esercita lungo la congiungente i due corpi (puntiformi): il versore $\mathbf{u}_r$ ha tale direzione, e verso dalla sorgente della forza al corpo che la subisce. Il segno negativo dipende dal fatto che il verso della forza (attrattiva) è opposto a quello di $\mathbf{u}_r$.

L'interazione gravitazionale permette d'interpretare la struttura delle galassie, del sistema solare, e ci tiene *attaccati* alla Terra. Essa rende possibile l'esistenza dei pianeti e delle stelle, e ha intensità non nulla fino a distanza infinita (cioè ha *raggio d'azione* infinito). La Fisica moderna c'insegna che ciò comporta che il mediatore (quanto) di questa interazione (*gravitone*) abbia massa (a riposo) nulla. L'attenuazione dell'interazione gravitazionale al crescere della distanza è abbastanza lenta ($\propto r^{-2}$); inoltre tale interazione non può essere schermata, frapponendo altri corpi fra i due che interagiscono.

Nelle strutture macroscopiche dell'Universo l'interazione gravitazionale ha un ruolo primario, che deriva dal fatto che le masse gravitazionali dei corpi celesti sono enormi. A livello atomico anche elettroni, protoni e neutroni interagiscono per effetto gravitazionale, ma tali sistemi non sarebbero legati se non vi fosse l'interazione elettromagnetica, circa 10^{36} volte più intensa.

Copyright 2003
ALMA MATER STUDIORUM - Univerità di Bologna
"Principi della dinamica"
A. A. 2008
Autore
MASSA IGNAZIO GIACOMO
Corso di
FISICA GENERALE L-C
Facoltà di Ingegneria
Tipo di Materiale Dispense

PROGETTO "e-Learning"
PRESIDENZA DI INGEGNERIA
http://elearning.ing.unibo.it
Facoltà di Ingegneria
ALMA MATER STUDIORUM UNIVERSITÀ DI BOLOGNA
 ISBN 88-408-0963-5

È un fatto notevole che la *massa gravitazionale* risulti sperimentalmente *coincidente* (con opportuna scelta delle unità) con la *massa inerziale*. L'uguaglianza di massa inerziale e massa gravitazionale, insieme al carattere universale della costante di gravitazione G, sono elementi intrinseci della teoria della gravitazione (Relatività generale) di Einstein, che integra e supera i risultati della teoria di Newton.

4-18-2 Interazione elettrodebole

Viene compreso sotto questo nome l'insieme dell'interazione elettromagnetica e di quella (nucleare) debole, che si è dimostrato sperimentalmente essere due aspetti di una stessa interazione.

L'interazione ***elettromagnetica*** è l'unica che interviene, accanto alla gravitazionale, nello studio dei fenomeni meccanici. Essa è responsabile delle forze di contatto, degli attriti, delle tensioni nei fili, e così via, che vengono introdotte nella descrizione macroscopica di tali fenomeni.

L'interazione elettromagnetica, come quella gravitazionale, ha raggio di azione infinito, e dunque si propaga per mezzo di un quanto di massa nulla: il *fotone*. La sua intensità è circa cento volte minore di quella dell'interazione nucleare forte. La grandezza che caratterizza la capacità d'interazione dei corpi prende il nome di *carica elettrica.* È noto che in Natura esistono cariche elettriche di segno opposto. L'interazione elettrica (statica) fra due corpi puntiformi assume l'espressione semplice, funzione di tali cariche:

$$\mathbf{f}_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r^2}\mathbf{u}_r. \tag{4-19}$$

La forza fra cariche puntiformi statiche dipende dall'inverso del quadrato della distanza, come quella gravitazionale; la sua parte scalare può essere sia negativa (attrattiva), se le cariche hanno segno diverso, sia positiva (repulsiva), se invece hanno lo stesso segno.

L'interazione elettromagnetica è quella che tiene insieme gli atomi e le molecole, ed è responsabile dei processi chimici e di quelli biologici. La sua importanza diminuisce nei processi che avvengono a distanze non microscopiche, in quanto normalmente la materia dei corpi macroscopici ha una carica elettrica nulla; dunque l'interazione, per esempio, fra un corpo e la Terra è una interazione fra corpi senza carica (netta). Inoltre l'esistenza di cariche di entrambi i segni è la causa di azioni di schermaggio (ciò che non avviene nel caso gravitazionale).

È noto che sotto la voce *elettromagnetismo* vengono classificati fenomeni che, ancora nel secolo scorso, erano considerati distinti: l'elettricità, il magnetismo, i fenomeni luminosi (o, più in generale, quelli delle onde elettromagnetiche).

L'interazione ***debole*** prende il suo nome dal fatto di avere un'intensità molto minore di quella nucleare forte ($\approx 10^{-12}$) Il raggio di azione dell'interazione è dell'ordine di 10^{-18} m, comportando, di conseguenza, che i quanti dell'interazione (chiamati *bosoni*) abbiano masse sostanzialmente diverse da zero (quasi cento volte quelle di un nucleone).

Questa interazione è responsabile di alcuni tipi di *decadimenti radioattivi dei nuclei atomici.* Per effetto di questa interazione un neutrone (anche libero) può trasformarsi in un protone; in presenza di altri nucleoni, anche il processo inverso è possibile:

Copyright 2003 ALMA MATER STUDIORUM - Univerità di Bologna
"Principi della dinamica" A. A. 2008
Autore MASSA IGNAZIO GIACOMO
Corso di FISICA GENERALE L-C
Facoltà di Ingegneria Tipo di Materiale Dispense

ISBN 88-408-0963-5

$$n \to p + e^- + \overline{\nu}_e; \qquad p \to n + e^+ + \nu_e.$$

Tali trasformazioni permettono di realizzare nelle stelle la nucleosintesi degli elementi e la trasformazione di massa in energia radiante.

4-18-3 Interazione nucleare forte

È la più intensa fra le interazioni, a livello microscopico (cioè su dimensioni del nucleo atomico). Anch'essa, infatti, ha un raggio d'azione molto piccolo, $\approx 10^{-15}$ m (1 fermi). È assolutamente trascurabile a distanze dell'ordine delle dimensioni atomiche (10^{-10} m, cioè 1 ångström), dove si manifesta soltanto l'interazione elettromagnetica. I mediatori di questa interazione vengono chiamati *gluoni*.

È noto che questa interazione permette l'esistenza dei nuclei degli atomi; i nuclei infatti non potrebbero esistere in assenza di una forza attrattiva capace di tenere fra loro legati i nucleoni (protoni e neutroni), neutralizzando, fra l'altro, l'effetto repulsivo della forza elettrostatica agente fra i protoni.

In virtù della trasformazione di massa in energia, l'interazione nucleare forte permette di ottenere enormi quantità di energia utilizzando piccole quantità di combustibile. Il fatto che il Sole (come le altre stelle) possa emettere tanta energia per così lungo tempo sarebbe incompatibile con processi di combustione elettromagnetica, come quelli che si utilizzano comunemente bruciando il carbone o il petrolio. In realtà, in tali processi sono coinvolte tutte le interazioni fondamentali.

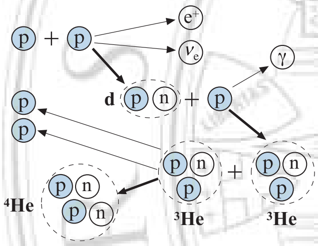

FIGURA 4-55
Rappresentazione di uno dei possibili cicli, all'interno di una stella.

L'attrazione gravitazionale fa sì che le polveri stellari collassino, generando un forte aumento di temperatura (e quindi di energia di movimento). Questa energia viene utilizzata per far sì che i nuclei degli atomi si possano avvicinare sufficientemente da poter subire una interazione nucleare.

Possono allora verificarsi cicli diversi. Per esempio (fig. 4-55):

$$p + p \to (p + n) + e^+ + \nu_e \equiv d + e^+ + \nu_e$$
$$d + p \to {}^3He + \gamma$$
$${}^3He + {}^3He \to {}^4He + p + p$$

Si vede che, complessivamente, vengono utilizzati quattro protoni per «costruire» un ^{4}He; ogni ciclo, inoltre, libera un'elevata quantità di energia, che equivale a circa lo 0,7% della massa dei quattro protoni. Ciò corrisponde a un'energia 10^7 volte maggiore rispetto a quella che si otterrebbe per via chimica (elettromagnetica), a parità di massa coinvolta nel processo.

Si noti in particolare che il primo passo del ciclo è reso possibile dal processo che trasforma un protone in neutrone, e quindi dall'interazione debole.

Nel concludere questo paragrafo vogliamo sottolineare che gli studi verso il processo di unificazione delle interazioni fondamentali sono ancora attuali. In realtà, la speranza della *grande unificazione* dell'interazione forte e di quella elettrodebole sembra avere qualche fondamento, anche se la sua verifica sperimentale diretta richiederebbe l'utilizzazione di macchine acceleratrici con energie circa 10^{13} volte maggiori delle attuali! La *superunificazione* che comprenda anche l'interazione gravitazionale, il sogno irrealizzato di Einstein, appare poi un obiettivo ancora

PROGETTO "e-Learning"
PRESIDENZA DI INGEGNERIA
http://elearning.ing.unibo.it
Facoltà di Ingegneria
ALMA MATER STUDIORUM UNIVERSITÀ DI BOLOGNA
Copyright 2003 ALMA MATER STUDIORUM - Univerità di Bologna
"Principi della dinamica" A. A. 2008
Autore MASSA IGNAZIO GIACOMO
Corso di FISICA GENERALE L-C
Facoltà di Ingegneria Tipo di Materiale Dispense

PROGETTO "e-Learning"
PRESIDENZA DI INGEGNERIA
http://elearning.ing.unibo.it
Facoltà di Ingegneria
ALMA MATER STUDIORUM UNIVERSITÀ DI BOLOGNA
Copyright 2003 ALMA MATER STUDIORUM - Univerità di Bologna
"Principi della dinamica" A. A. 2008
Autore MASSA IGNAZIO GIACOMO
Corso di FISICA GENERALE L-C
Facoltà di Ingegneria Tipo di Materiale Dispense

 ISBN 88-408-0963-5

lontano. Lo schema rappresentato qui sotto rappresenta il cammino già fatto.

PESO
ATTRAZIONE TRA CORPI CELESTI } GRAVITAZIONALE

ELETTRICITÀ
MAGNETISMO
OTTICA } ELETTROMAGNETICA

ELETTROMAGNETICA
DEBOLE } ELETTRODEBOLE

ELETTRODEBOLE
FORTE } ?

GRAVITAZIONALE
? } ??

FIGURA 4-56
Schema riassuntivo dei processi di unificazione delle interazioni fondamentali.

4-19 Campi di forze

Tutte le interazioni che esistono in Natura avvengono a distanza (più o meno grande). Se tali distanze sono *macroscopicamente* trascurabili, si parla di forze a contatto.

Come descritto nel paragrafo precedente, l'interazione richiede lo scambio di opportune particelle, le quali si propagano a velocità finita. Dunque le forze non si possono trasmettere istantaneamente. La descrizione di tutto ciò può essere fatta attraverso modelli che utilizzano il concetto di ***campo***. In sostanza s'immagina (facciamo riferimento all'interazione gravitazionale) che un corpo, con la sua massa gravitazionale, modifichi le proprietà dello spazio che lo circonda, generando un campo ***di forza*** (di cui esso viene chiamato sorgente). Per verificare sperimentalmente questa modificazione possiamo portare in un punto qualsiasi un altro corpo (di prova) e vedere se esso sente l'interazione e che forma essa ha. Dunque il campo di forza è una zona dello spazio, in ogni punto della quale un corpo di prova sente l'interazione in oggetto.

Da un punto di vista logico, così facendo si separa l'interazione in due parti: un corpo genera un campo gravitazionale (elettrico, ...) a causa della sua massa gravitazionale (carica elettrica, ...). Se mettiamo in un punto un secondo corpo, si chiama *intensità del campo* il rapporto tra la forza che questo subisce e la sua massa (carica, ...). In generale, dunque, un corpo di massa m (carica q, ...) sente una forza uguale al prodotto dell'intensità del campo per la sua massa (carica, ...): in sostanza il corpo interagisce con il campo e non con la sorgente.

Il ragionamento si estende al caso in cui siano presenti più sorgenti di campo. Si trova l'intensità del campo generato da ciascuna sorgente; si sommano questi vettori per ottenere il campo risultante; si considera l'interazione di questo campo con il corpo da studiare.

Nel caso dell'interazione gravitazionale, dunque, si ha, considerando una sola sorgente del campo:

$$\mathbf{f}_g = -G\frac{m_{g1}m_{g2}}{r^2}\mathbf{u}_r = \left(-G\frac{m_{gs}}{r^2}\mathbf{u}_r\right)m_g = \boldsymbol{\gamma}\, m_g \qquad (4\text{-}20)$$

nella quale m_{gs} è la massa gravitazionale della sorgente e $\boldsymbol{\gamma}$ il campo gravitazionale; nelle vicinanze della superficie terrestre, il vettore $\boldsymbol{\gamma}$ coincide, in prima approssimazione, con l'accelerazione di gravità $\mathbf{g}$.

Si può dimostrare che un corpo, la cui densità abbia simmetria sferica, genera al suo esterno un campo gravitazionale uguale a quello di un corpo puntiforme (con la stessa massa) posto nel centro. L'assenza di tale simmetria per la Terra è una delle ragioni della dipendenza dell'accelerazione gravitazionale dalla latitudine.

Analogamente, nel caso dell'interazione elettrostatica si ha:

$$\mathbf{f}_e = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_s}{r^2}\mathbf{u}_r\right)q = \mathbf{E}\,q$$

nella quale q_s è la carica elettrica della sorgente ed $\mathbf{E}$ l'intensità del campo elettrostatico.

In pratica, ad ogni punto di un campo di forze si può associare un vettore che definisce il campo vettoriale. Quando l'intensità di un campo non dipende dal tempo, il campo viene chiamato ***stazionario*** (o statico).

L'utilità di una descrizione in termini di campo, che per altri versi potrebbe apparire solo un astratto artificio, sarà evidente soprattutto nello studio dell'elettromagnetismo. In particolare, per quel che riguarda le onde elettromagnetiche, la loro propagazione a velocità finita (la velocità della luce) può essere descritta grazie al concetto di campo. Se ci limitassimo a studiare l'interazione fra corpi (dotati di massa o di carica) fermi, le due descrizioni, in termini di campo oppure di interazione diretta e istantanea fra i due corpi, sarebbero del tutto equivalenti. Negli altri casi, invece, la differenza è essenziale. Si pensi a due corpi che si trovano inizialmente a una certa distanza r, i quali interagiscono (per esempio) per interazione gravitazionale. Se a un certo istante t_0 uno dei due si muove, la forza che agisce sul secondo corpo (che dipende da r) deve variare: in quale istante avviene tale variazione? Allo stesso istante t_0 (*azione a distanza*, propagazione istantanea) oppure in un istante successivo (*propagazione della perturbazione*, a velocità finita)? I risultati sperimentali indicano che l'ipotesi corretta è la seconda.

RIEPILOGO DI ALCUNE RELAZIONI SIGNIFICATIVE

Forze: grandezze vettoriali; $\mathbf{f} = \sum_i \mathbf{f}_i$ (*Principio di sovrapposizione*)

Nei sistemi di riferimento *inerziali*:

$\mathbf{f} = 0 \Longleftrightarrow \mathbf{v} = cost$ (***Principio di inerzia***)

$\mathbf{f} \neq 0 \Rightarrow \mathbf{f} = m\,\mathbf{a}$ (***Secondo Principio della Dinamica***)

$\mathbf{f}_{AB} = -\mathbf{f}_{BA}$ (***Principio di azione e reazione***, fra i corpi A e B)

$\mathbf{q} = m\,\mathbf{v}$: *quantità di moto*; $\mathbf{f} = \dfrac{d\mathbf{q}}{dt}$ (forma generalizzata del Secondo Principio)

$\mathbf{J} = \int \mathbf{f}\,dt$: *impulso*; $\mathbf{J} = \int \mathbf{f}\,dt = \Delta\mathbf{q}$ (*teorema dell'impulso*)

Rispetto al polo Ω:

$\mathbf{p}_\Omega = (\mathbf{r} - \mathbf{r}_\Omega) \times \mathbf{q}$: *momento angolare*; $\mathbf{m}_\Omega = (\mathbf{r} - \mathbf{r}_\Omega) \times \mathbf{f}$: *momento della forza risultante*

$\mathbf{m}_\Omega = \dfrac{d\mathbf{p}_\Omega}{dt}$ (per $\mathbf{v}_\Omega = 0$); $\int \mathbf{m}_\Omega\,dt = \Delta\mathbf{p}_\Omega$ (*teorema del momento dell'impulso*).

PROGETTO "e-Learning" PRESIDENZA DI INGEGNERIA http://elearning.ing.unibo.it Facoltà di Ingegneria ALMA MATER STUDIORUM UNIVERSITÀ DI BOLOGNA
Copyright 2003 ALMA MATER STUDIORUM - Univerità di Bologna "Principi della dinamica" A. A. 2008 Autore MASSA IGNAZIO GIACOMO Corso di FISICA GENERALE L-C Facoltà di Ingegneria Tipo di Materiale Dispense