



FONDAZIONE  
GIUSEPPE OCCHIALINI

## Relatività, Energia e Ambiente

---

Prof. Domenico Galli

Alma Mater Studiorum - Università di Bologna

### Introduzione alla Relatività Ristretta I parte

<http://www.fondazioneocchialini.it>

Polo Scolastico "L. Donati" Fossombrone, 29 Marzo 2010



FONDAZIONE  
GIUSEPPE OCCHIALINI

## Legge Fisica e Unificazione

---

### Introduzione

Introduzione alla Relatività  
Ristretta. I parte. 2  
Domenico Galli

## L'Unificazione nello Sviluppo della Conoscenza Scientifica

---

- Ogni processo di generalizzazione (unificazione) rappresenta un **progresso** nella comprensione scientifica.
- Un modello più generale consente non soltanto di raccogliere più conoscenze note in un'unica formulazione, ma anche di **prevedere** risultati sperimentali nuovi:
  - Non conosciuti al momento della formulazione del modello.



FONDAZIONE  
GIUSEPPE OCCHIALINI

Introduzione alla Relatività Ristretta. I parte. 3  
Domenico Galli

## Esempi di Unificazione nella Storia della Fisica

---

- **Legge fisica:**
  - Unificazione di misure sperimentali.
- **Gravitazione Universale (Newton):**
  - Descrizione unica per moti terrestri e moti astronomici.
- **Equazioni di Maxwell:**
  - Stesse leggi per fenomeni elettrici, magnetici e luminosi.
- **Teoria della Relatività Ristretta (Einstein):**
  - Meccanica ed elettromagnetismo. Spazio e tempo. Massa ed energia.
- **Teoria della Relatività Generale (Einstein):**
  - Forze inerziali e forze gravitazionali.
- **Modello Standard (Weinberg-Salam-Glashow):**
  - Forza elettromagnetica e forza nucleare debole.
- **Teorie di Grande Unificazione:**
  - Forza elettrodebole e forza nucleare forte.



FONDAZIONE  
GIUSEPPE OCCHIALINI

Introduzione alla Relatività Ristretta. I parte. 4  
Domenico Galli

## La Legge Fisica

- Esprime in maniera **sintetica** un **insieme di misure sperimentali**:
- Misure sperimentali:
  - "Un sasso impiega 0.45 secondi per cadere dall'altezza di un metro".
  - "Un sasso impiega 0.64 secondi per cadere dall'altezza di due metri".
  - "Un sasso impiega 1.43 secondi per cadere dall'altezza di dieci metri".
- Legge fisica:
  - In generale il tempo di caduta di un sasso vale:

$$t = \sqrt{\frac{2s}{g}}$$

- Questa legge consente di **prevedere** il tempo di caduta di un sasso da qualunque altezza (purché sia piccola rispetto al raggio terrestre e la resistenza dell'aria sia trascurabile).

## I Moti nella Fisica Pre-Galileiana

- **Leggi diverse** per moti di "tipo" diverso.
- **Aristotele** (384-322 a.C.): impostazione **errata**, ma ritenuta valida per altri 1900 anni, impedendo di fatto lo sviluppo della meccanica.
  - Moti "**naturali**":
    - moto **verso il basso** o **verso l'alto** (linea retta).
    - moto degli **astri** (circolare).
  - Moti "**violenti**": si credeva che fosse  $F \propto v$ .
    - moto di un **carro trainato**. Maggiore è la forza applicata, maggiore è la velocità.
    - **lancio di un sasso** in direzione orizzontale. Come mai, cessata la spinta, il sasso prosegue anche in avanti? Si attribuiva all'aria la causa di una spinta aggiuntiva che sospinge il corpo in avanti con forza decrescente.

## Il Moto nella Fisica Galileiana

- **Principi fondamentali** che **valgono per tutti i moti**.
- La legge di **Gravitazione Universale** (Newton) unifica la descrizione dei moti celesti (Keplero) e del moto di caduta di un sasso.
- La comprensione del principio di inerzia è stata **ostacolata** dalla presenza, difficilmente eliminabile, di una forza: la **forza di attrito**.
- Per comprendere le caratteristiche del **moto in assenza di forze** è necessario effettuare esperimenti in condizioni di attrito via via meno intenso ed **estrapolarne** i risultati alla condizione **ideale** di assenza della forza di attrito.

## Fenomeni Elettrici, Magnetici e Luminosi

- Ottica ed elettromagnetismo hanno avuto **per lungo tempo percorsi autonomi** nella storia.
  - L'**ottica** era studiata già dai tempi antichi (assiri, 500 A.C.) ed ebbe un notevole sviluppo dopo il 1500 (Keplero, Galileo, Cartesio, Huygens) per costruire gli strumenti ottici per lo studio dell'astronomia.
  - Le leggi dell'**elettricità** e del **magnetismo** furono formulate nel 1800 da Charles-Augustin de Coulomb (1736-1806), André-Marie Ampère (1775-1836) e Michael Faraday (1791-1867).
- James Clerk Maxwell (1831-1879) operò la **sintesi** tra le leggi dell'elettricità e del magnetismo.
  - campo elettrico e campo magnetico risultavano legati in una stretta connessione che non era ravvisabile nelle singole leggi.
- Le equazioni di Maxwell ammettono una **soluzione** non identicamente nulla anche in **assenza di cariche e di correnti** elettriche:
  - Tali soluzioni rappresentano le **onde elettromagnetiche** delle quali la luce visibile rappresenta una piccola parte dello spettro.

## Elettromagnetismo e Principio di Relatività

- Le leggi della **meccanica non cambiano** passando da un Sistema di Riferimento (SdR) a un altro SdR in moto traslatorio rettilineo e uniforme rispetto al primo.
  - Le leggi classiche che descrivono la trasformazione delle coordinate passando da un SdR all'altro sono chiamate trasformazioni di Galileo:
$$x' = x - Vt, \quad y' = y, \quad z' = z, \quad t' = t$$
  - Le leggi della meccanica non cambiano forma se si effettuano in esse queste sostituzioni.
- Le leggi dell'**elettromagnetismo** (equazioni di Maxwell) invece **cambiano**.

## Elettromagnetismo e Principio di Relatività (II)

- I tentativi di modificare le equazioni di Maxwell per renderle compatibili con il principio di relatività fallirono:
  - I nuovi termini che dovevano essere introdotti nelle equazioni portarono alla previsione di nuovi fenomeni che non si evidenziarono affatto nella verifica sperimentale.
- H. A. Lorentz osservò che le equazioni di Maxwell restano nella stessa forma se si esegue, invece della trasformazione di Galileo, un'altra trasformazione, ora nota come trasformazione di Lorentz.
- A. Einstein propose allora che **tutte le leggi fisiche dovessero essere tali da rimanere invariate sotto una trasformazione di Lorentz**.
  - Dovevano essere cambiate non già le leggi dell'elettromagnetismo, bensì le leggi della Meccanica (**Meccanica Relativistica**).
- In questo modo, la **Teoria della Relatività Ristretta** rende **compatibili con in Principio di Relatività** sia la **meccanica** sia l'**elettromagnetismo**.

  
FONDAZIONE  
GIUSEPPE OCCHIALINI

## I Principi della Meccanica Classica

### Il punto di partenza

## Sistemi di Riferimento

- **Il moto è relativo:**
  - Si può descrivere il moto soltanto quando si è stabilito **rispetto a che cosa** il movimento è valutato.
- **Sistema di Riferimento (SdR):**
  - Sistema di corpi, **in quiete gli uni rispetto agli altri** (distanza reciproca immutata nel tempo), rispetto a cui si descrive il moto.
- **Terna cartesiana di riferimento:**
  - Terna cartesiana, fissa rispetto al SdR, utilizzata per descrivere **quantitativamente** il moto.

## Principio di Relatività

- **Principio di Relatività: Non esiste un SdR privilegiato. Le leggi della Fisica sono uguali in tutti i SdR.**
  - La diatriba tra punto di vista **tolemaico** (geocentrico) e **copernicano** (eliocentrico) è **superata** nella fisica moderna:
    - I due punti di vista non sono in antitesi (è altrettanto corretto dire che la Terra si muove rispetto al Sole o che il Sole si muove rispetto alla Terra).
    - La **descrizione copernicana è più semplice ma non più "vera"**: con opportuni strumenti di calcolo si può pure descrivere il moto dei pianeti nel SdR terrestre.

## Principio di Relatività (II)

- Principio di Relatività **Ristretta** (o **Speciale**):
  - È limitato ai SdR **inerziali**.
  - Se si sceglie un SdR rispetto al quale le leggi della fisica sono scritte nella forma più semplice (SdR **inerziale**) allora le stesse leggi valgono in **qualsiasi** altro SdR in moto di **traslazione rettilinea e uniforme** rispetto a quello dato.
- Principio di Relatività **Generale**:
  - Include anche i SdR **non inerziali**.
  - **Tutti i SdR** sono equivalenti per la formulazione delle leggi fondamentali della fisica.

## Il Primo Principio della Dinamica. Formulazione Classica

- Detto anche **principio di inerzia**, descrive il moto di un punto materiale **non soggetto a forze**.
- Formulato da **Galileo Galilei** (1564-1642).
- **Formulazione classica**: "Qualunque punto materiale, non soggetto ad alcuna forza, o rimane in quiete oppure si muove di moto rettilineo uniforme".
- È stata una fondamentale conquista scientifica, in quanto **apparentemente contraddice l'esperienza comune**: siamo abituati a pensare che sia necessario esercitare costantemente una forza per mantenere un corpo in movimento (automobile, bicicletta, ecc.).

## Il Punto Materiale non Soggetto a Forze

- Per studiare il moto di un punto non soggetto a forze occorre eliminare tutte le forze che agiscono su di esso:
  - **forze meccaniche** (cordicelle che trainano, molle, ecc.). È sufficiente assicurarsi che non ci siano contatti meccanici.
  - **forze idrostatiche** (spinta di Archimede). Assicurarsi che il punto materiale non sia immerso in un liquido.
  - **vincoli**: vanno eliminati.
  - **attrito**: vanno eliminati strisciamenti e fluidi viscosi.
  - **forze di interazione**: vanno eliminate cariche elettriche e magneti. Occorre inoltre allontanarsi dalla Terra e da altri corpi celesti.

## Il Punto Materiale non Soggetto a Forze (II)

- Fatto questo, abbiamo eliminato tutte le forze? **NO**
- Esiste un **altro tipo di forze**:
  - Viaggiando in automobile, quando **freniamo**, ci sentiamo **sospinti in avanti**. Quando **curviamo** ci sentiamo **sospinti all'esterno** della curva.
  - Le forze che ci sospingono in avanti quando freniamo o all'esterno quando curviamo sono dette **forze inerziali** (o **forze apparenti**, o ancora **forze fittizie**).
    - Tali forze **non** sono dovute né a una molla, né a un filo che tira, né a un vincolo, né a un fluido, né all'attrito, né alla gravità, neppure all'elettromagnetismo.
    - Tali forze **esistono nel SdR dell'automobile ma non nel SdR della strada**.

## Il Punto Materiale non Soggetto a Forze (III)

- **L'unica maniera per eliminare le forze inerziali** consiste nel **porsi in un SdR in cui esse non siano presenti** (nel nostro caso il SdR della strada).
- Chiamiamo **SdR inerziale** un SdR in cui **non sono presenti forze inerziali** e nel quale, di conseguenza, un punto materiale non soggetto a forze (forze meccaniche, idrostatiche, vincoli, forze di attrito e forze di interazioni) o è in quiete o si muove di moto rettilineo uniforme.
- **Ma come possiamo sapere che esista almeno un SdR inerziale?**

## Il Primo Principio della Dinamica. Formulazione Moderna

- L'esistenza dei SdR inerziali **non è affatto ovvia**:
  - Dati molti corpi, molto lontani gli uni dagli altri (in modo da annullare le forze meccaniche, idrostatiche, i vincoli, le forze di attrito e le forze di interazione), si può sempre trovare un SdR in cui **ciascuno di essi, separatamente**, si muove di moto rettilineo uniforme.
  - **Nessuna considerazione logica** ci può invece assicurare che esista un **unico** SdR in cui **tutti** questi corpi siano in moto rettilineo uniforme.
- Per tale motivo l'**esistenza di SdR inerziali** è un **principio fisico**, derivato dall'esperienza, ed è l'**essenza del principio di inerzia**.

## Il Primo Principio della Dinamica. Formulazione Moderna (II)

- Formulazione moderna del **primo principio** della dinamica:
  - "**Esiste almeno un Sistema di Riferimento inerziale**, cioè un Sistema di Riferimento rispetto al quale un punto materiale non soggetto a forze o è in quiete o si muove di moto rettilineo uniforme".

## SdR Inerziali

- **Principio di Relatività Ristretta o Speciale** (Galileo): Se si sceglie un SdR rispetto al quale le leggi della fisica sono scritte nella forma più semplice (SdR **inerziale**) allora le stesse leggi valgono in **qualsiasi** altro SdR in moto di **traslazione rettilinea e uniforme** rispetto a quello dato.
- Se esiste un SdR inerziale ne esistono **infiniti**: tutti quelli in moto traslatorio rettilinea uniforme con velocità arbitraria rispetto a quello dato.
- Il **SdR delle stelle fisse** è un SdR inerziale.
  - In esso si può scegliere una terna cartesiana avente origine nel Sole e assi puntati verso stelle fisse).

## SdR Approssimativamente Inerziali

- **SdR terrestre** (fisso rispetto alla superficie terrestre). È **inerziale in prima approssimazione**: Se osserviamo le stelle fisse per pochi secondi, esse ci appaiono immobili. Se le osserviamo più a lungo, esse compiono traiettorie circolari.
  - Il SdR terrestre si muove di moto che **non è** traslatorio rettilinea uniforme (è anche rotatorio) rispetto al SdR delle stelle fisse (che è inerziale).
  - Nel SdR terrestre sono presenti **forze inerziali** deboli ma misurabili:
    - P.es.: quelle che ruotano il piano di oscillazione del **pendolo di Foucault**.

## Forze Inerziali (Apparenti, Fittizie)

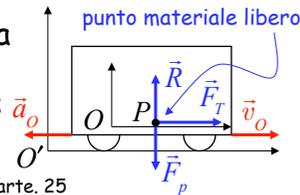
- In un **SdR inerziale**, un punto materiale **non soggetto a forze** (meccaniche, idrostatiche, vincoli, forze di attrito, forze di interazione) o è in **quiete** o si muove di **moto rettilinea uniforme**.
- In un **SdR non-inerziale**, un punto materiale **non soggetto a forze** **non** si muove di moto rettilinea uniforme, perché subisce un'accelerazione causata dalle **forze inerziali**.

## Esempi di Forze Inerziali (Apparenti, Fittizie)

- Quando ci troviamo su di un'**automobile che frena** ci sentiamo sospinti in avanti (rispetto all'automobile):
  - **Osservatore a terra**: non c'è **nessuna forza in avanti**; semplicemente il passeggero tenderebbe a mantenere la stessa velocità ma viene rallentato dalla **cintura di sicurezza** che esercita su di lui una **forza indietro**.
  - **Osservatore sull'auto**: è **presente anche una forza in avanti** (forza **di trascinamento**) che non produce moto in quanto è **equilibrata dalla forza indietro** esercitata dalla **cintura di sicurezza**.

## Esempi di Forze Inerziali (Apparenti, Fittizie) (II)

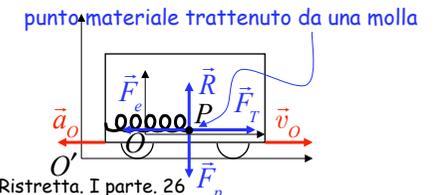
- **Punto materiale libero** sul corridoio di un treno che sta frenando.
- Osservatore **a terra**:
  - il punto  $P$ , inizialmente in moto con velocità  $v_O$ , **continua a muoversi** con velocità  $v_O$ , non essendo soggetto a forze:  $\vec{R} = \vec{0}$ .
- Osservatore **sul treno**:
  - il punto  $P$ , **inizialmente in quiete**, **inizia a muoversi** in avanti a causa della forza di trascinamento  $F_T$ , che è presente nel SdR del treno:  $\vec{R} = \vec{F}_T \neq \vec{0}$ .



Introduzione alla Relatività Ristretta. I parte. 25  
Domenico Galli

## Esempi di Forze Inerziali (Apparenti, Fittizie) (III)

- **Punto materiale trattenuto da una molla** sul corridoio di un treno che sta frenando.
- Osservatore **a terra**:
  - il punto  $P$ , inizialmente in moto con velocità  $v_O$ , **decelera** a causa della **forza elastica** esercitata dalla molla che lo trattiene:  $\vec{R} = \vec{F}_e \neq \vec{0}$ .
- Osservatore **sul treno**:
  - il punto  $P$  rimane in **quiete** in quanto la **forza di trascinamento**  $F_T$  è equilibrata dalla **forza elastica**  $F_e$  esercitata dalla molla e dunque la risultante è nulla:  $\vec{R} = \vec{F}_e + \vec{F}_T = \vec{0}$ .



Introduzione alla Relatività Ristretta. I parte. 26  
Domenico Galli

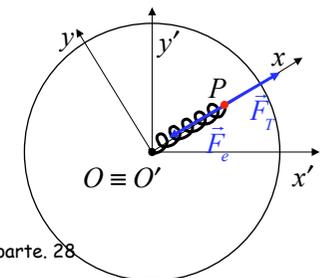
## Esempi di Forze Inerziali (Apparenti, Fittizie) (IV)

- Quando ci troviamo su di un'**automobile che curva** ci sentiamo sospinti (rispetto all'automobile) verso l'esterno della curva
  - **Osservatore a terra**: non c'è **nessuna forza verso l'esterno**; semplicemente il passeggero tenderebbe a proseguire in linea retta ma viene deviato dalla **cintura di sicurezza** che esercita su di lui una **forza verso l'interno della curva** (forza **centripeta**).
  - **Osservatore sull'auto**: è **presente anche una forza verso l'esterno** (forza **centrifuga**) che non produce moto in quanto è **equilibrata dalla forza verso l'interno** esercitata dalla **cintura di sicurezza** (forza **centripeta**).

Introduzione alla Relatività Ristretta. I parte. 27  
Domenico Galli

## Esempi di Forze Inerziali (Apparenti, Fittizie) (V)

- **Giostra che ruota uniformemente**.
- Punto  $P$  **fermo rispetto alla giostra**, trattenuto da una molla.
- Osservatore **a terra**:
  - $P$  **si muove di moto circolare uniforme**. La forza elastica (**centripeta**)  $F_e$  della molla è uguale al prodotto della massa del punto per la sua accelerazione:
 
$$\vec{R} = \vec{F}_e = m\vec{a} = m\frac{v^2}{r}\hat{n} = m\omega^2 r\hat{n} \neq \vec{0}$$
- Osservatore **sulla giostra**:
  - $P$  è in **quiete**. La forza elastica (**centripeta**)  $F_e$  della molla è equilibrata dalla forza di trascinamento (**centrifuga**)  $F_T$ :
 
$$\vec{R} = \vec{F}_e + \vec{F}_T = \vec{0}$$



Introduzione alla Relatività Ristretta. I parte. 28  
Domenico Galli

## L'Origine delle Forze Inerziali

- Perché in **alcuni SdR** le **forze inerziali non sono presenti**, mentre in **altri esse sono presenti**?
  - Il fondo, se chiamiamo A il SdR delle stelle fisse e B un SdR che accelera rispetto ad A:
    - se è vero che **il SdR B accelera rispetto al SdR A**,
    - comunque è parimenti vero che **il SdR A accelera rispetto al SdR B**.
  - **Perché il principio di inerzia vale in A e non in B?**
  - Non poteva piuttosto valere in B e non in A?
  - **Che cosa ha di "speciale" il SdR delle stelle fisse** affinché in esso valga il principio di inerzia?

## L'Origine delle Forze Inerziali (II)

- La risposta di **Newton** (1642-1727), che oggi sappiamo essere **sbagliata**, fu che il SdR delle stelle fisse è privilegiato in quanto si trova in quiete rispetto a un presunto **"spazio assoluto"**.
  - Per Newton le forze inerziali hanno origine da un'accelerazione rispetto al presunto "spazio assoluto".
- Contrariamente a Newton, **Mach** (1838-1916) era fortemente convinto che lo "spazio assoluto" non esistesse.
  - Ipotizzò che le forze inerziali avessero origine dall'**accelerazione media rispetto alla totalità delle masse nell'universo**.
  - Come conseguenza, un'anisotropia della distribuzione della massa nell'Universo, dovrebbe causare un'**anisotropia dell'inerzia**.

## L'Origine delle Forze Inerziali (III)

- Nella **Teoria della Relatività Generale** (**Einstein**, 1915) la risposta è un'evoluzione del punto di vista di Mach:
  - Il SdR inerziale è **determinato** dai campi gravitazionali locali che hanno origine da **tutta la materia dell'Universo**, vicina e lontana;
  - Tuttavia, una volta che ci si è posti in un SdR inerziale, le leggi del moto **non sono più affette dalla distribuzione della massa** nell'Universo.

## Il Secondo Principio

- Un punto materiale, sottoposto a una o più forze, si muove con **accelerazione  $\vec{a}$ , vettorialmente proporzionale alla risultante  $\vec{F}$**  di tali forze:  
$$\vec{F} = m\vec{a} \quad (m \text{ costante})$$
- dove  **$m$**  è un coefficiente scalare di proporzionalità (detto **massa inerziale**) **caratteristico del punto materiale considerato** e indipendente dalla sua posizione e dalla sua velocità.
- Poiché sperimentalmente  $\vec{F}$  e  $\vec{a}$  risultano avere sempre lo stesso verso, segue che  **$m > 0$** .
- Se  **$m$**  non fosse costante l'espressione  $\vec{F} = m\vec{a}$  non sarebbe corretta.

## Quantità di Moto

- Si definisce **quantità di moto**  $\vec{Q}$  di un **punto materiale** il prodotto:

$$\vec{Q} = m\vec{v}$$

- Per un **sistema materiale qualsiasi** (costituito da  $n$  punti materiali) è invece la somma vettoriale:

$$\vec{Q} = \sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i$$

- Derivando rispetto al tempo si ottiene:

$$\dot{\vec{Q}} = \frac{d}{dt}(m\vec{v}) = m \frac{d\vec{v}}{dt} + \frac{dm}{dt} \vec{v} = m\vec{a} + \frac{dm}{dt} \vec{v}$$

## Quantità di Moto (II)

- Se la massa  $m$  è costante, si ha:

$$\frac{dm}{dt} = 0 \Rightarrow \dot{\vec{Q}} = \frac{d}{dt}(m\vec{v}) = m \frac{d\vec{v}}{dt} + \frac{dm}{dt} \vec{v} = m\vec{a} + \frac{dm}{dt} \vec{v} = m\vec{a}$$

- Per cui il secondo principio della dinamica si può scrivere:

$$\vec{F} = \dot{\vec{Q}} \quad (\text{II principio} - \text{Legge di Newton})$$

- In realtà questa espressione è **più generale** dell'espressione  $\vec{F} = m\vec{a}$  e **vale anche nel caso in cui  $m$  varia nel tempo**:
  - $m$  potrebbe cambiare in seguito a **reazioni chimiche** (razzo) o **nucleari** o a causa di **effetti relativistici** (velocità molto elevata).

## Terzo Principio

- Ogni volta che il corpo **A** esercita una forza sul corpo **B**, il corpo **B** esercita una forza sul corpo **A**

- vettorialmente opposta:  $\vec{F}_{A \rightarrow B} + \vec{F}_{B \rightarrow A} = \vec{0}$
- con la **stessa retta di azione**.

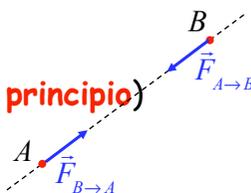
- (**principio di azione e reazione** o **terzo principio**)

- Esempi:

- rinculo di una pistola.
- barca a remi (si muove spingendo indietro l'acqua con i remi).
- autoveicoli (si muovono spingendo indietro la strada mediante la forza di attrito).
- aerei (si muovono spingendo indietro l'aria).

- N.B.: azione e reazione si esercitano sempre su corpi diversi.

- N.B.: Il III principio **non vale per le forze inerziali**.



## Terzo Principio (II)

- Si osservi che, in assenza di altre forze (forze esterne) sui punti materiali **A** e **B**, si ha, in particolare:

$$\vec{F}_{A \rightarrow B} + \vec{F}_{B \rightarrow A} = \vec{0}$$

- Se ora prendiamo la quantità di moto del sistema meccanico costituito dai due punti materiali:

$$\vec{Q} = m_A \vec{v}_A + m_B \vec{v}_B$$

e deriviamo questa espressione rispetto al tempo, otteniamo:

$$\dot{\vec{Q}} = \frac{d\vec{Q}}{dt} = m_A \vec{a}_A + m_B \vec{a}_B = \vec{F}_{B \rightarrow A} + \vec{F}_{A \rightarrow B} = \vec{0}$$

## Terzo Principio (III)

- Ovvero (**conservazione della quantità di moto**):

$$\vec{Q} \equiv \text{cost}$$

- In altre parole, **in assenza di forze esterne**, la quantità totale di moto del sistema **rimane costante** (si "conserva").

## Terzo Principio (IV)

- Si osservi che la formulazione:

$$\vec{F}_{A \rightarrow B} + \vec{F}_{B \rightarrow A} = \vec{0}$$

presuppone un'interazione istantanea tra i due punti materiali:

- qualsiasi sia la distanza tra i 2 punti, ciascuno di essi risente istantaneamente della forza esercitata dall'altro e istantaneamente risponde con una forza di uguale intensità.
- La "comunicazione" istantanea di azione e reazione tra due corpi distanti che interagiscono è un concetto **incompatibile con la fisica moderna**,
  - Nessuna comunicazione può propagarsi con velocità infinita.
- La formulazione  $\vec{Q} \equiv \text{cost}$  non risente invece di questa limitazione.



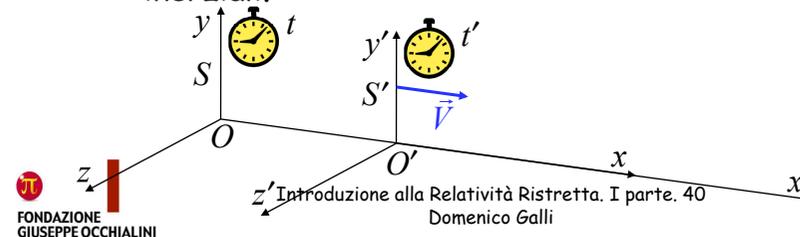
FONDAZIONE  
GIUSEPPE OCCHIALINI

## Trasformazioni di Galileo

Il cambiamento di SdR nella meccanica galileiana e il problema dell'"etere".

## Principio di Relatività Ristretta (Speciale)

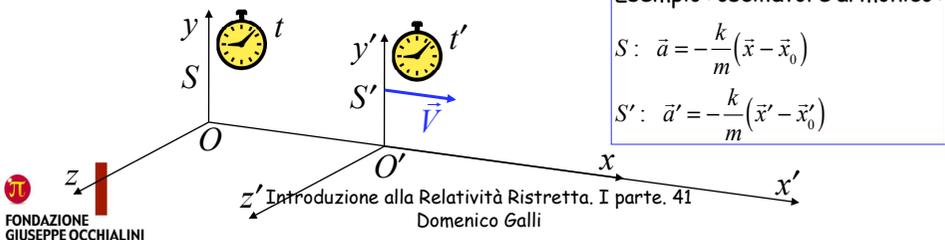
- Se si sceglie un SdR rispetto al quale le leggi della fisica sono scritte nella forma più semplice (SdR **inerziale**) allora le stesse leggi valgono in **qualsunque** altro SdR in moto di **traslazione rettilineo e uniforme** rispetto a quello dato (Galileo).
  - Nessun esperimento eseguito all'interno di un determinato SdR inerziale potrà mai mettere in evidenza il moto di questo rispetto ad altri SdR inerziali.



## Covarianza delle Leggi Fisiche

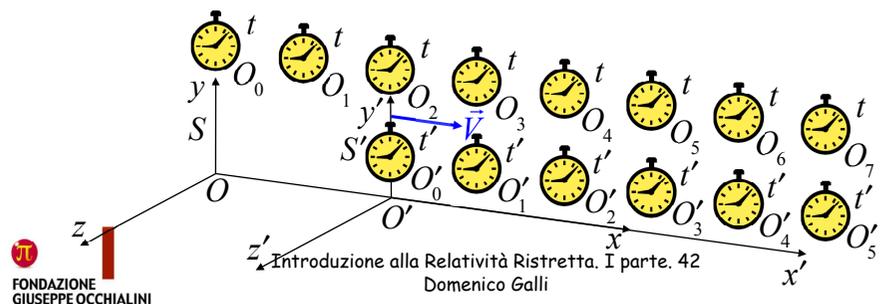
- Consideriamo i due SdR  $S(x, y, z, t)$  e  $S'(x', y', z', t')$ , dove il SdR  $S'$  si muove rispetto al SdR  $S$  con velocità  $\vec{V}$  diretta nella direzione dell'asse  $x$ .
- Le **coordinate** di uno stesso punto  $P$  nei due SdR saranno in generale **diverse**, così come in generale saranno **diverse** le **velocità**.
- Tuttavia le leggi fisiche debbono mantenere **invariata** la **dipendenza funzionale** dalle variabili del moto (posizione, tempo, velocità, accelerazione) indipendentemente dal SdR scelto.
  - Altrimenti sarebbe possibile **distinguere** un SdR inerziale rispetto a un altro.
- Si dice perciò che le **leggi fisiche** sono **covarianti** per cambiamento di SdR inerziale.

Esempio: oscillatore armonico:  
 $S: \vec{a} = -\frac{k}{m}(\vec{x} - \vec{x}_0)$   
 $S': \vec{a}' = -\frac{k}{m}(\vec{x}' - \vec{x}'_0)$



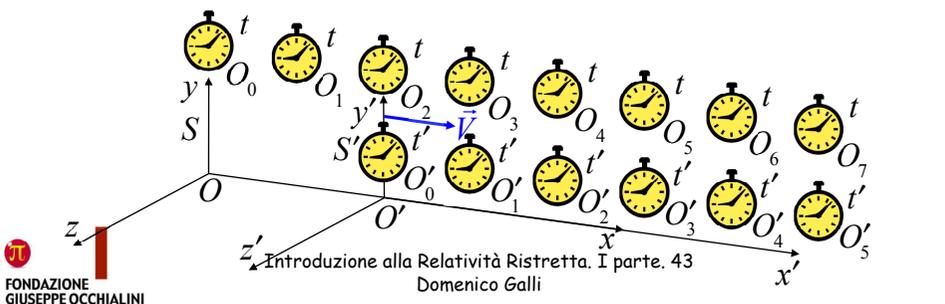
## Trasformazioni di Galileo

- Supponiamo di disporre di una **successione di orologi sincronizzati**  $O_0, O_1, O_2, \dots$  in quiete nel SdR  $S$  e di una analoga successione di orologi sincronizzati  $O'_0, O'_1, O'_2, \dots$  in quiete nel SdR  $S'$ , in modo da potere effettuare misure di tempo in ogni punto in ciascuno dei 2 SdR.
- Supponiamo inoltre che **le due successioni** di orologi siano **sincronizzate tra loro**.



## Trasformazioni di Galileo (II)

- Supponiamo ora che al **tempo zero**, segnato da entrambe le successioni di orologi, le **origini** dei 2 SdR **coincidano**:
  - dunque al tempo zero coincidano tutti e 3 gli assi cartesiani.  
 $O' \equiv O \Leftrightarrow t = t' = 0$
  - A un istante generico  $t > 0$  la distanza tra le 2 origini sarà:  
 $O' - O = \vec{V}t = Vt \hat{i}$

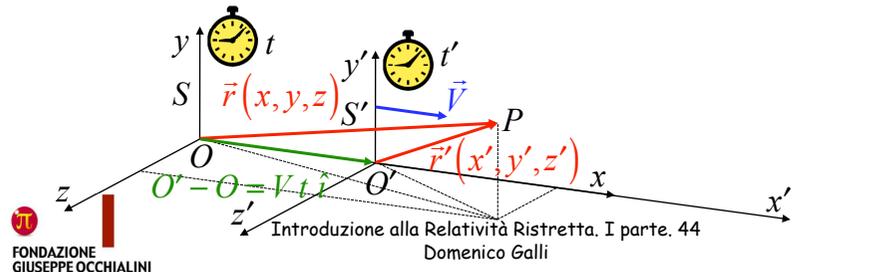


## Trasformazioni di Galileo (III)

- Le **coordinate** di uno stesso punto  $P$  nei due SdR saranno in generale **diverse**.
- Come si vede dalla figura, considerando il triangolo  $OO'P$  e utilizzando la **regola del triangolo** per la somma dei vettori, si ha:

$$\vec{r} = (O' - O) + \vec{r}'$$

$$\vec{r} = \vec{V}t + \vec{r}' = Vt \hat{i} + \vec{r}' = Vt' \hat{i} + \vec{r}'$$



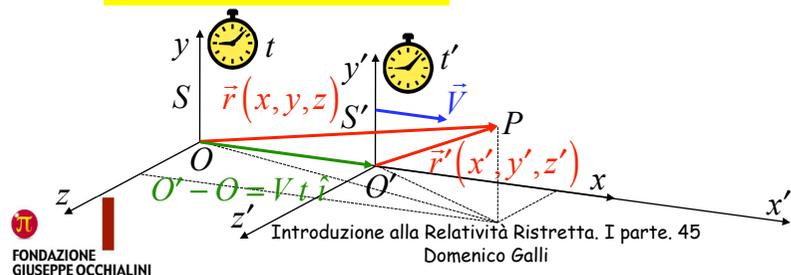
## Trasformazioni di Galileo (IV)

- L'espressione:

$$\vec{r} = V t' \hat{i} + \vec{r}'$$

si può scrivere per componenti cartesiane:

$$\begin{cases} x = x' + Vt' \\ y = y' \\ z = z' \\ t = t' \end{cases} \quad \begin{cases} x' = x - Vt \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = t \end{cases} \quad \text{(trasformazioni di Galileo)}$$



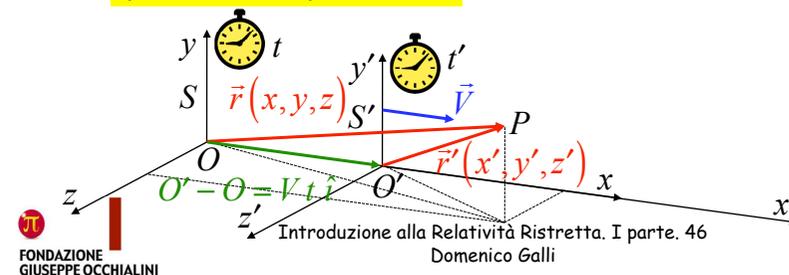
## Trasformazioni delle Velocità

- Per la componente  $x$  della velocità si ottiene:

$$v_x = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}(x' + Vt') = \frac{dx'}{dt} + V \frac{dt'}{dt} = v'_x + V$$

mentre le altre componenti restano invariate:

$$\begin{cases} v_x = v'_x + V \\ v_y = v'_y \\ v_z = v'_z \end{cases} \quad \begin{cases} v'_x = v_x - V \\ v'_y = v_y \\ v'_z = v_z \end{cases} \quad \text{(trasformazioni di Galileo delle velocità)}$$



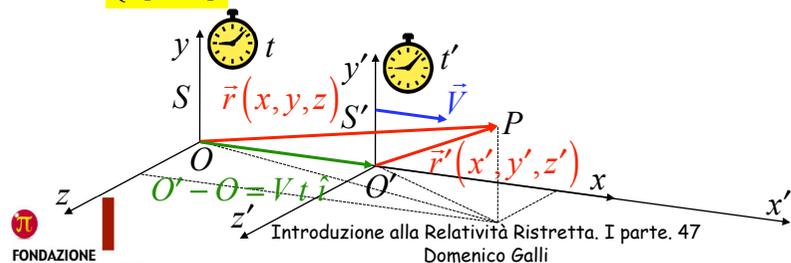
## Trasformazioni delle Accelerazioni

- Per la componente  $x$  dell'accelerazione si ottiene:

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d}{dt}(v'_x + V) = \frac{dv'_x}{dt} + 0 = a'_x$$

Anche le altre componenti restano invariate:

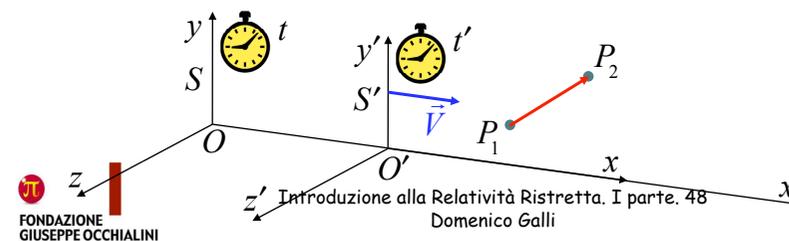
$$\begin{cases} \vec{a}_x = \vec{a}'_x \\ \vec{a}_y = \vec{a}'_y \\ \vec{a}_z = \vec{a}'_z \end{cases} \quad \text{(trasformazioni di Galileo delle accelerazioni)}$$



## Invarianza dell'Intervallo Spaziale nelle Trasformazioni di Galileo

- Consideriamo i 2 punti  $P_1(x_1, y_1, z_1)$  e  $P_2(x_2, y_2, z_2)$ , in quiete nel SdR  $S$ .
- Il vettore che ha origine nel punto  $P_1$  e vertice nel punto  $P_2$ , nel SdR  $S$  si scrive:

$$\vec{r}_{12} = P_2 - P_1 = (x_2 - x_1)\hat{i} + (y_2 - y_1)\hat{j} + (z_2 - z_1)\hat{k}$$

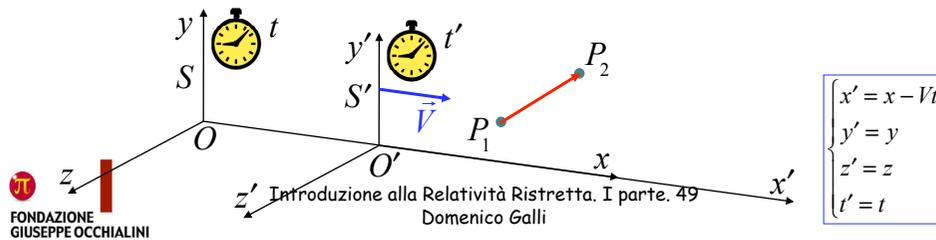


## Invarianza dell'Intervallo Spaziale nelle Trasformazioni di Galileo (II)

- Lo stesso vettore (origine nel punto  $P_1$  e vertice nel punto  $P_2$ ), nel SdR  $S'$  si scrive:

$$\begin{aligned}\vec{r}'_{12} &= P_2 - P_1 = (x'_2 - x'_1)\hat{i} + (y'_2 - y'_1)\hat{j} + (z'_2 - z'_1)\hat{k} = \\ &= \left[ (x_2 - Vt) - (x_1 - Vt) \right] \hat{i} + (y_2 - y_1)\hat{j} + (z_2 - z_1)\hat{k} = \\ &= (x_2 - x_1)\hat{i} + (y_2 - y_1)\hat{j} + (z_2 - z_1)\hat{k} = \vec{r}_{12}\end{aligned}$$

$$\vec{r}'_{12} = \vec{r}_{12}$$

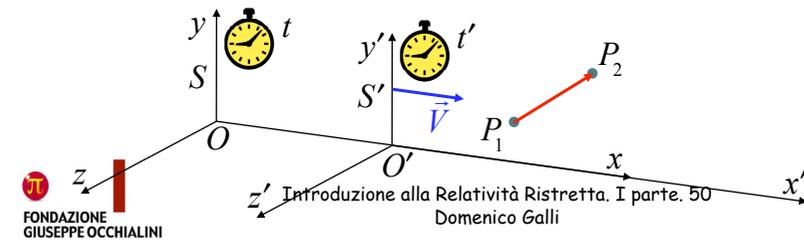


## Invarianza dell'Intervallo Spaziale nelle Trasformazioni di Galileo (III)

- Dal risultato:

$$\vec{r}'_{12} = \vec{r}_{12}$$

si comprende che, in generale, la **distanza spaziale tra 2 punti non cambia nelle trasformazioni di Galileo.**

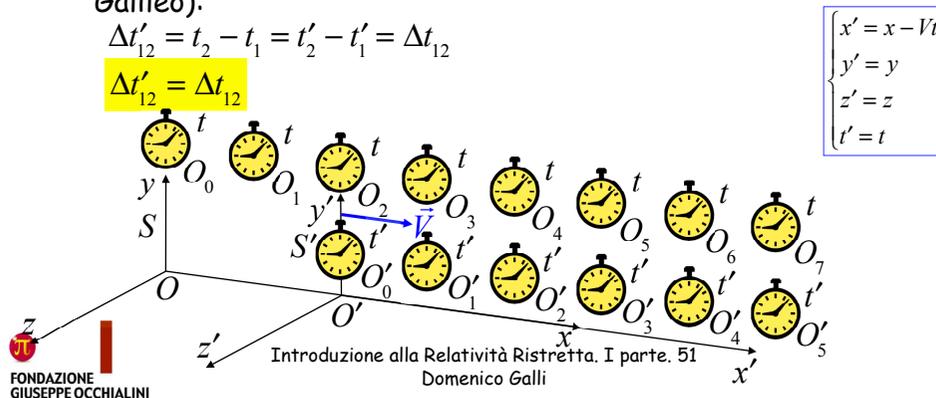


## Invarianza dell'Intervallo Temporale nelle Trasformazioni di Galileo

- Abbiamo supposto di avere due successioni di orologi sincronizzati nei due SdR e di potere **sincronizzare e mantenere sincronizzate tra loro** le due successioni:  $t' = t$ .
- Segue che il tempo segnato dagli orologi è lo stesso nei due SdR e dunque **l'intervallo di tempo tra due eventi**  $\Delta t_{12} = t_2 - t_1$  è lo stesso nei due SdR (nelle trasformazioni di Galileo):

$$\Delta t'_{12} = t_2 - t_1 = t'_2 - t'_1 = \Delta t_{12}$$

$$\Delta t'_{12} = \Delta t_{12}$$



## Covarianza della Legge di Gravitazione Universale per Trasformazioni di Galileo

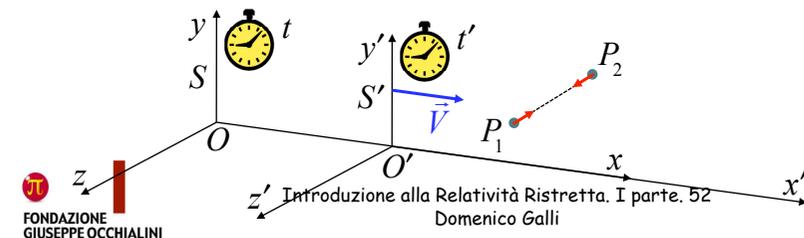
- Attrazione gravitazionale tra due masse  $m_1$  e  $m_2$ , in quiete nel SdR  $S$ , nelle posizioni  $P_1$  e  $P_2$ , di coordinate:

$$P_1(x_1, y_1, z_1) \text{ e } P_2(x_2, y_2, z_2).$$

- Dall'invarianza dell'intervallo spaziale otteniamo:

$$\vec{r}'_{12} = \vec{r}_{12} \Rightarrow \vec{F}'_{12} = -\gamma \frac{m_1 m_2}{r'^2_{12}} \frac{\vec{r}'_{12}}{r'_{12}} = -\gamma \frac{m_1 m_2}{r^2_{12}} \frac{\vec{r}_{12}}{r_{12}} = \vec{F}_{12} \Rightarrow \vec{F}'_{12} = \vec{F}_{12}$$

- L'intensità della forza di attrazione gravitazionale non cambia passando da un SdR all'altro.



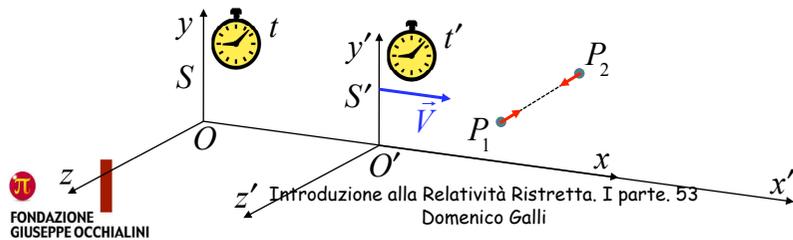
## Invarianza della Forza nelle Trasformazioni di Galileo

- Si può dimostrare che il risultato che abbiamo trovato per la forza di attrazione gravitazionale:

$$\vec{F}'_{12} = \vec{F}_{12}$$

vale in meccanica per **tutte le forze**.

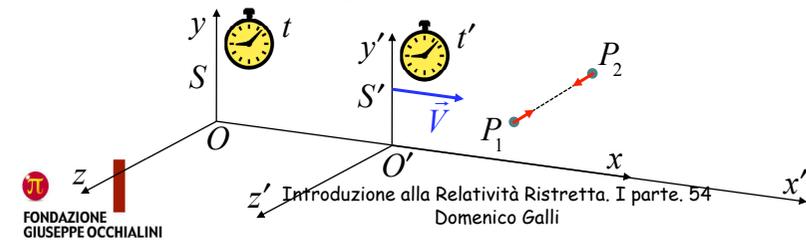
- Le forze sono quindi **invarianti** per Trasformazioni di Galileo.



## Covarianza del II Principio della Dinamica per Trasformazioni di Galileo

- Abbiamo visto che nelle trasformazioni di Galileo non si modificano né la forza né l'accelerazione.
- Considerando anche che **nella meccanica classica la massa non varia con la velocità**, e dunque è la stessa nei due SdR si ottiene che la forma della legge di Newton (II principio della dinamica) non cambia passando da un SdR inerziale a un altro.

$$\left. \begin{array}{l} \vec{a}' = \vec{a} \\ \vec{F}' = \vec{F} \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} S \left\{ \vec{F} = m\vec{a} \right. \\ S' \left\{ \vec{F}' = m\vec{a}' \right. \end{array}$$



## Non Covarianza della forza di Lorentz per Trasformazioni di Galileo

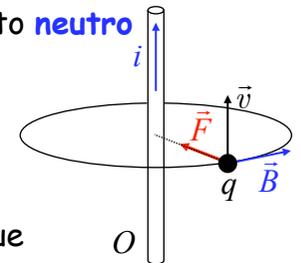
- Una carica elettrica puntiforme, in moto con velocità  $v$ , in presenza di un campo elettrico  $E$  e di un campo magnetico  $B$ , è soggetta alla forza complessiva:

$$\vec{F} = q\vec{E} + \underbrace{q\vec{v} \wedge \vec{B}}_{\text{Forza di Lorentz}}$$

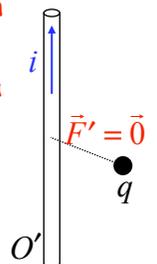
- Come si vede, il secondo termine (detto Forza di Lorentz) **dipende dalla velocità  $v$**  e dunque cambia quando cambia il SdR.

## Non Covarianza della forza di Lorentz per Trasformazioni di Galileo (II)

- Consideriamo un filo rettilineo indefinito **neutro** percorso da una **corrente costante  $i$**  e immaginiamo che una carica elettrica  $q$  si muova **parallelamente** al filo con una certa velocità  $\vec{v}$ .
- Analizziamo la **forza agente su  $q$**  da due punti di vista:

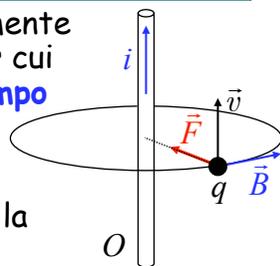


- Osservatore  $O$ , **solidale al filo**, che vede la **carica  $q$  in moto** con velocità  $\vec{v}$ .
- Osservatore  $O'$ , **solidale alla carica** che vede la **carica  $q$  immobile**.



## Non Covarianza della forza di Lorentz per Trasformazioni di Galileo (III)

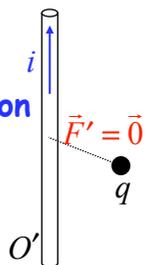
- L'osservatore  $O$  vede il filo elettricamente neutro percorso da una corrente  $i$ , per cui non vede campi elettrici ma vede il **campo magnetico** di un filo percorso da una corrente di intensità costante.



- Per l'osservatore  $O$  la forza agente sulla carica è:

$$\vec{F} = q\vec{v} \wedge \vec{B}$$

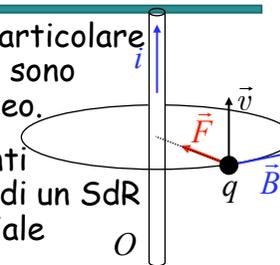
- L'osservatore  $O'$  vede anch'esso un **campo magnetico**, dovuto alla corrente  $i'$ . Tuttavia, poiché egli vede la carica  $q$  ferma, tale campo **non produce forza sulla carica**.



$$\vec{F}' = \vec{0}$$

## Non Covarianza della forza di Lorentz per Trasformazioni di Galileo (IV)

- Come si vede, la Forza di Lorentz in particolare e l'elettromagnetismo in generale **non** sono **covarianti** per Trasformazioni di Galileo.

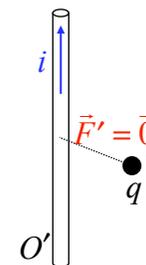


- Questo consentirebbe, con esperimenti elettromagnetici, eseguiti all'interno di un SdR inerziale, di distinguere un SdR inerziale da un altro.

- I SdR inerziali **non** sono **tutti equivalenti** rispetto ai fenomeni elettromagnetici:

- Ce n'è uno **privilegiato** nel quale e soltanto nel quale sono valide **contemporaneamente** le leggi della **Meccanica** e quelle dell'**Elettromagnetismo**.

- I fenomeni elettromagnetici permetterebbero quindi di definire un moto uniforme assoluto.



## L'“Etere Luminifero”

- Alla fine del XIX secolo, si pensava ancora che dovesse esistere un **mezzo elastico e invisibile** che riempie tutto lo spazio e in cui si **propaga la luce** (detto “**Etere Luminifero**”).
  - **Fluidido**, ma anche così **rigido** da resistere alle più elevate frequenze di radiazione, **privo di massa e di struttura microscopica, incompressibile e non viscoso**.
    - Così come l'**aria** è un mezzo in cui si propagano le **onde acustiche** (che in questo caso sono onde di compressione dell'aria).
  - Poiché la luce si propaga anche nel vuoto si pensava che l'“Etere Luminifero” dovesse **riempire anche il vuoto**.
  - **Oggi** sappiamo che, a differenza delle onde acustiche, le onde elettromagnetiche sono **costituite** soltanto da **campi elettromagnetici** e per questo si propagano anche nel vuoto.
- Christiaan Huygens (1629-1695) ancor prima di Newton, introdusse l'idea di “Etere”.
- Maxwell pensò quindi che il **SdR privilegiato** per l'**elettromagnetismo** fosse il **SdR in cui l'“Etere Luminifero” è in quiete**.

## L'“Etere Luminifero” (II)

- Alla fine del XIX secolo, si pensava dunque che:
  - Le **Trasformazioni di Galileo** descrivessero correttamente la trasformazione delle coordinate nel passaggio da un SdR inerziale a un altro.
  - Il **Principio di Relatività** (covarianza delle equazioni della Fisica nel passaggio da un SdR inerziale a un altro) dovesse valere per la **meccanica** ma **non** per l'**elettromagnetismo**.
  - Le **equazioni dell'elettromagnetismo** dovessero valere soltanto nel **SdR** in cui l'“Etere Luminifero” è in **quiete**.