



FONDAZIONE  
GIUSEPPE OCCHIALINI

## Relatività, Energia e Ambiente

Prof. Domenico Galli

Alma Mater Studiorum - Università di Bologna

### Introduzione alla Relatività Ristretta II parte

<http://www.fondazioneocchialini.it>

Polo Scolastico "L. Donati" Fossombrone, 14 Aprile 2009



FONDAZIONE  
GIUSEPPE OCCHIALINI

## La Crisi della Fisica Classica

### La Misura della Velocità della Terra Rispetto all'"Etere Luminifero": il più grande Esperimento Fallito

Introduzione alla Relatività  
Ristretta. II parte. 2  
Domenico Galli

## La Velocità della Terra Rispetto all'"Etere Luminifero"

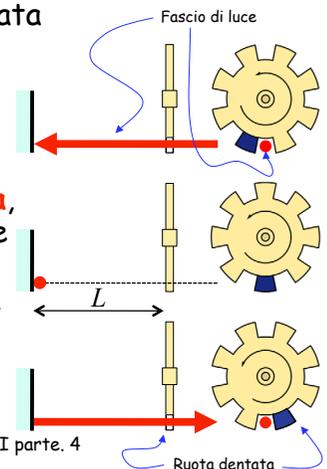
- La Terra si muove, nella sua orbita attorno al Sole, a una velocità di circa **30 km/s** (108000 km/h) **cambiando continuamente direzione** fino a riacquistare la direzione iniziale dopo un anno.
  - Per paragone, la velocità di un punto della superficie terrestre dovuta alla rotazione della terra attorno al proprio asse è meno di **0.5 km/s** all'**equatore**.
- Se esistesse l'"Etere Luminifero", ci si aspetterebbe un flusso di Etere attorno alla Terra, percepibile come **"vento di Etere"**.
  - La velocità del **"vento di Etere"** dovrebbe **cambiare continuamente direzione**, fino a riacquistare la direzione iniziale dopo un anno.
- Misurando la **velocità della luce** in **differenti direzioni** o in **differenti periodi dell'anno**, dovrebbe essere possibile misurare la **velocità della Terra rispetto all'"Etere Luminifero"**.



Introduzione alla Relatività Ristretta. II parte. 3  
Domenico Galli  
Vento di "Etere"

## L'Esperimento di Fizeau

- La prima misura non astronomica della velocità della luce nell'aria fu effettuata da **Fizeau** nel **1849**.
- La misura utilizzava una ruota dentata rotante come interruttore di luce.
  - La luce può andare oltre la ruota dentata soltanto se **non incontra un dente** sul suo percorso.
- La luce attraversa la **ruota dentata**, percorre una **distanza L**, si riflette su di uno **specchio**, percorre nuovamente una **distanza L** e passa nuovamente attraverso la **ruota dentata**.



FONDAZIONE  
GIUSEPPE OCCHIALINI

Introduzione alla Relatività Ristretta. II parte. 4  
Domenico Galli

## L'Esperimento di Fizeau (II)



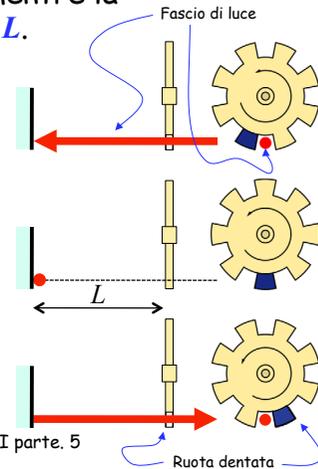
- Per potere **passare** attraverso la ruota dentata sia all'**andata** sia al **ritorno** è necessario che la **ruota avanzi esattamente di un dente** mentre la **luce percorre 2 volte la distanza  $L$** .

- Detto  $n$  il numero di denti della ruota dentata, e  $\omega$  la sua velocità angolare, il tempo necessario per l'avanzamento di un dente è:

$$t_{\text{dente}} = \frac{2\pi}{n\omega}$$

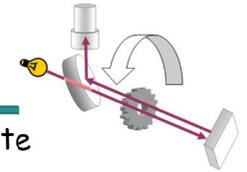
- Il tempo necessario alla luce per percorrere 2 volte la distanza  $L$  è:

$$t_{\text{luce}} = \frac{2L}{c}$$



Introduzione alla Relatività Ristretta. II parte. 5  
Domenico Galli

## L'Esperimento di Fizeau (III)



- La **condizione** affinché la **luce passi 2 volte** attraverso la ruota dentata è allora:

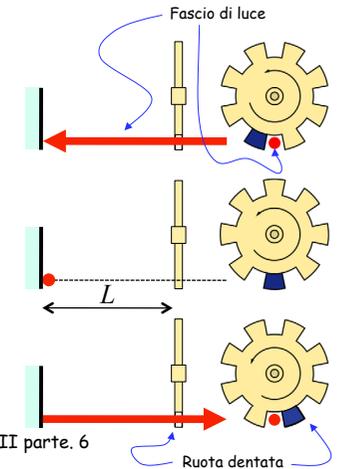
$$t_{\text{dente}} = t_{\text{luce}}$$

$$\frac{2\pi}{n\omega} = \frac{2L}{c}$$

$$c = \frac{n}{\pi} L\omega$$

- In questo modo Fizeau misurò, su una distanza  $L = 8633$  m:

$$c = (315.5 \pm 0.5) \times 10^6 \text{ m/s}$$

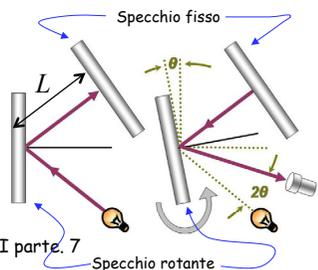


Introduzione alla Relatività Ristretta. II parte. 6  
Domenico Galli

## L'Esperimento di Fizeau-Foucault

- Una successiva misura della velocità della luce fu effettuata da **Foucault** e **Fizeau** nel **1850**.
- L'esperimento utilizzava uno **specchio rotante** invece della ruota dentata.

- La luce si riflette nello **specchio rotante**, percorre la **distanza  $L$**  tra i due specchi, si riflette sullo **specchio fisso**, percorre nuovamente la **distanza  $L$**  e si riflette nuovamente sullo **specchio rotante**.



Introduzione alla Relatività Ristretta. II parte. 7  
Domenico Galli

## L'Esperimento di Fizeau-Foucault (II)

- Il tempo necessario alla luce per percorrere 2 volte la distanza  $L$  è:

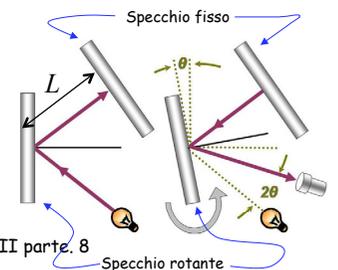
$$t_{\text{luce}} = \frac{2L}{c}$$

- Se lo specchio rotante ruota con velocità angolare  $\omega$ , nell'**intervallo di tempo** che intercorre tra le **due successive riflessioni** della luce sullo specchio mobile, esso **ruoterà** di un angolo:

$$\theta = \omega t_{\text{luce}} = \frac{2}{c} L\omega$$

- Il **raggio** sarà perciò **deviato** di un angolo:

$$2\theta = \frac{4}{c} L\omega$$



Introduzione alla Relatività Ristretta. II parte. 8  
Domenico Galli

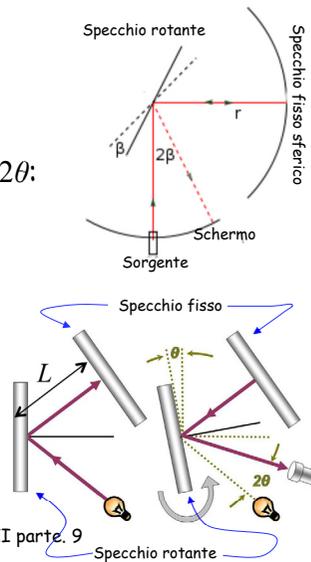
## L'Esperimento di Fizeau-Foucault (III)

- La velocità della luce si può quindi ottenere dalla velocità angolare di rotazione dello specchio  $\omega$ , dalla distanza tra i due specchi  $L$  e dall'angolo di deviazione del raggio  $2\theta$ :

$$c = \frac{4L\omega}{2\theta}$$

- Con questo apparato Fizeau e Foucault misurarono:

$$c = (298.0 \pm 0.5) \times 10^6 \text{ m/s}$$



## L'Esperimento di Mount Wilson (Michelson)

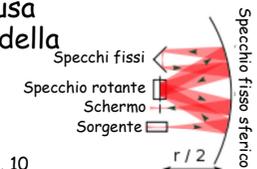
- Un perfezionamento del sistema a specchi rotanti fu usato da **Michelson** nel **1927** su di una distanza di circa **35 km** (tra Monte Wilson e Monte S. Antonio in California).

- Con questo apparato Michelson misurò:

$$c = (299.796 \pm 0.004) \times 10^6 \text{ m/s}$$

- La precisione fu molto superiore alle misure precedenti.
- In misure di precisione così elevata è tuttavia necessario considerare l'indice di rifrazione dell'aria per ottenere la velocità nel vuoto.

- La correzione comunque non è precisa a causa dell'incertezza nei valori della pressione e della temperatura dell'atmosfera.



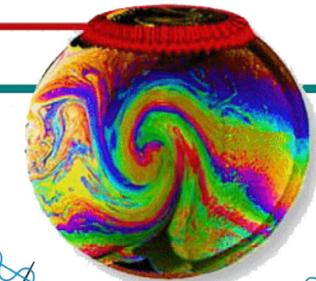
## L'Esperimento di Michelson-Morley

- Prima dell'esperimento di Mount Wilson, Albert Abraham **Michelson** collaborò con Edward **Morley** in un esperimento (**1887**) poi passato alla storia:

- Non** consente di ottenere una **misura** della **velocità della luce**.
- Consente di osservare eventuali effetti dovuti alla **velocità della superficie terrestre rispetto all'“Etere Luminifero”**.
  - Supponendo che la velocità della luce sia  $c$  nel SdR dell'“Etere Luminifero” e che si **componga** secondo le **trasformazioni di Galileo** negli altri SdR.
- Utilizza un **interferometro**, ovvero un dispositivo per realizzare l'interferenza tra onde di luce coerenti.
- L'eventuale effetto è segnalato da uno **spostamento delle frange** di interferenza.
- Oggi noto per essere **“il più importante esperimento fallito”**.

## Interferenza delle Onde

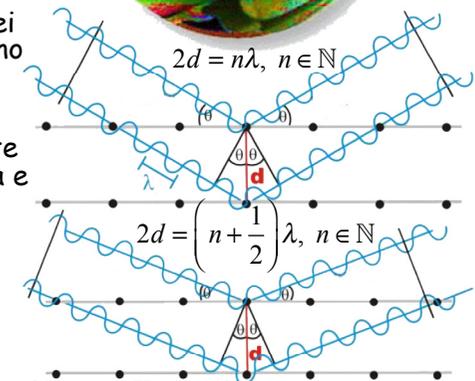
- La stessa onda viene divisa in due parti e le due parti **percorrono distanze diverse** prima di giungere su di uno schermo.



- A causa della differenza dei percorsi le due onde possono essere più o meno in **fase** sullo schermo.

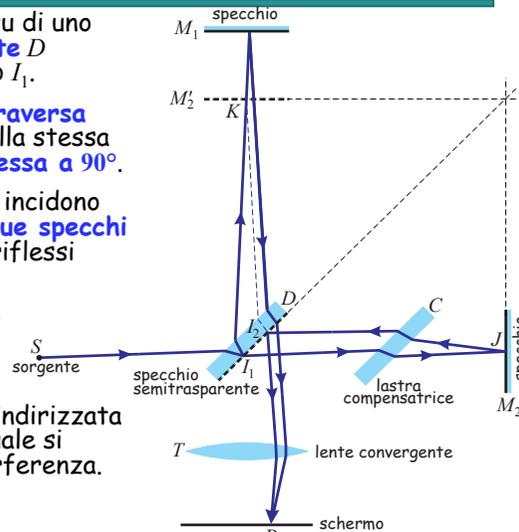
- Se esse sono perfettamente in **fase** l'ampiezza si somma e l'intensità **quadruplica**.

- Se esse sono in **controfase** l'ampiezza si sottrae e l'intensità è **nulla**.



## L'Interferometro di Michelson

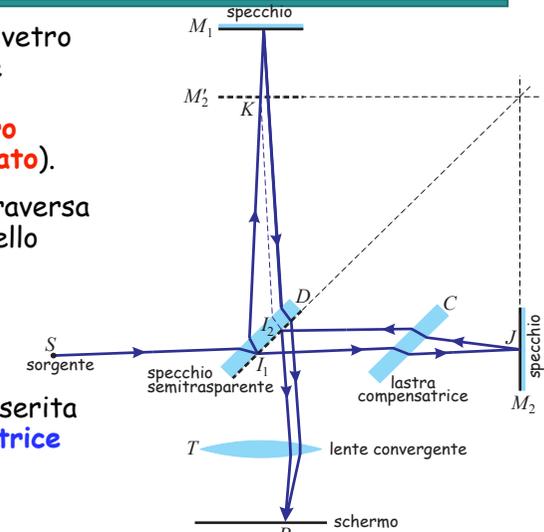
- Un fascio di luce incide su di uno **specchio semitrasparente**  $D$  inclinato di  $45^\circ$ , nel punto  $I_1$ .
- Una **parte** della luce **attraversa** lo specchio e procede nella stessa direzione. Il **resto** è **riflessa a  $90^\circ$** .
- I due raggi così ottenuti incidono perpendicolarmente su **due specchi ordinari**  $M_1$  e  $M_2$  e sono riflessi indietro.
- Entrambi i raggi incidono **nuovamente** sullo **specchio semitrasparente**  $D$  e parte di entrambi viene indirizzata su di uno **schermo**, sul quale si osserva la figura di interferenza.



Introduzione alla Relatività Ristretta, II parte, 13  
Domenico Galli

## L'Interferometro di Michelson (II)

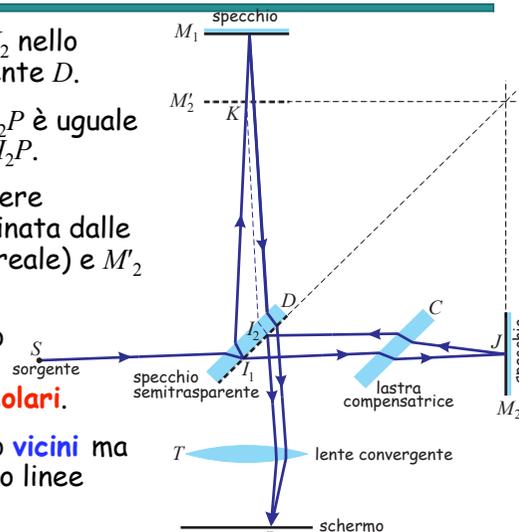
- Utilizza una lastra di vetro avente una superficie **semitrasparente e semiriflettente (vetro parzialmente argentato)**.
- Il raggio riflesso attraversa 3 volte lo spessore dello specchio, quello trasmesso soltanto 1.
- Per eliminare tale **asimmetria** è stata inserita una **lamina compensatrice trasparente**  $C$ .



Introduzione alla Relatività Ristretta, II parte, 14  
Domenico Galli

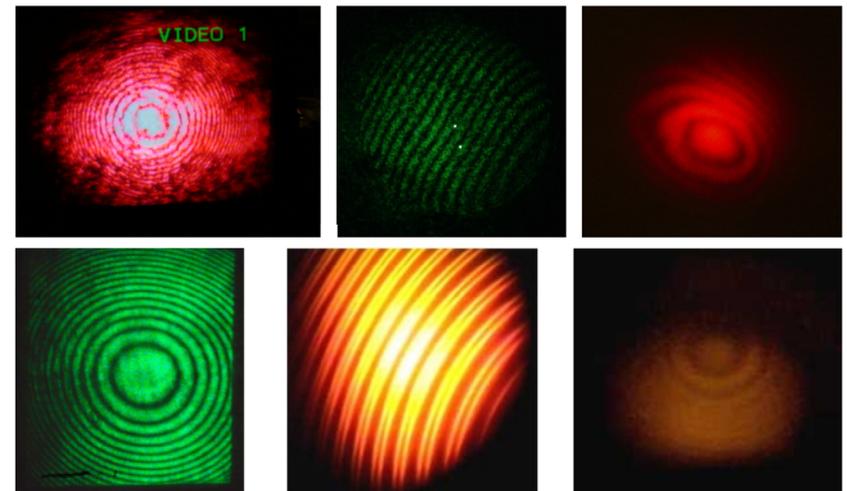
## L'Interferometro di Michelson (III)

- Sia  $M'_2$  l'immagine di  $M_2$  nello specchio semitrasparente  $D$ .
- Il cammino ottico  $SI_1J_2P$  è uguale al cammino ottico  $SI_1K'_2P$ .
- L'interferenza può essere considerata come originata dalle sorgenti coerenti  $M_1$  (reale) e  $M'_2$  (virtuale).
- Se i piani  $M_1$  e  $M'_2$  sono **paralleli** le frange di interferenza sono **circolari**.
- Se i piani  $M_1$  e  $M'_2$  sono **vicini ma inclinati**, le frange sono linee **rette equidistanziate**.



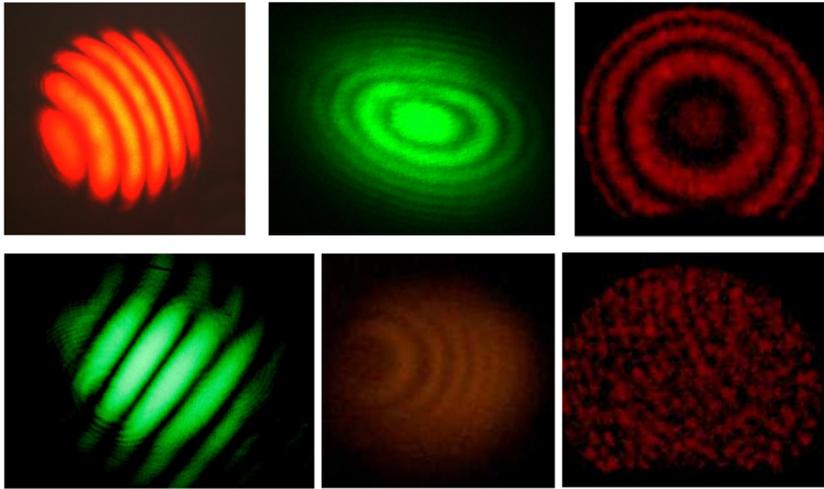
Introduzione alla Relatività Ristretta, II parte, 15  
Domenico Galli

## Frangie di Interferenza con Luce Monocromatica

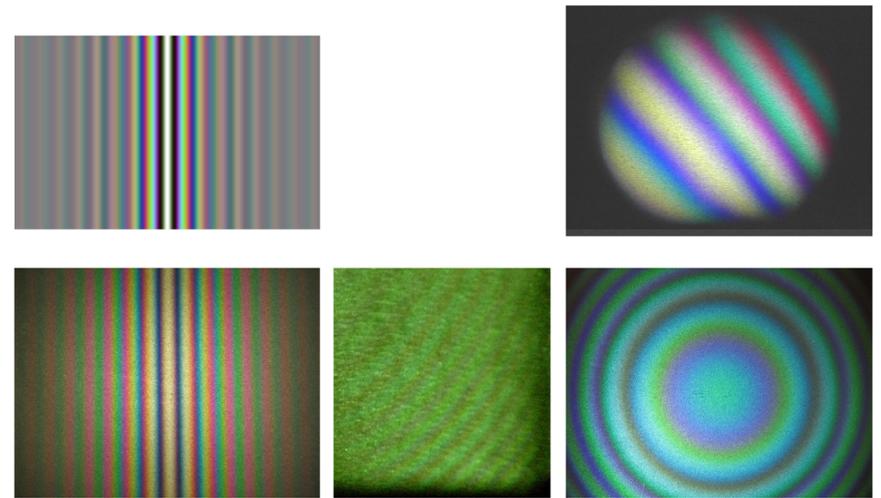


Introduzione alla Relatività Ristretta, II parte, 16  
Domenico Galli

## Frangie di Interferenza con Luce Monocromatica (II)

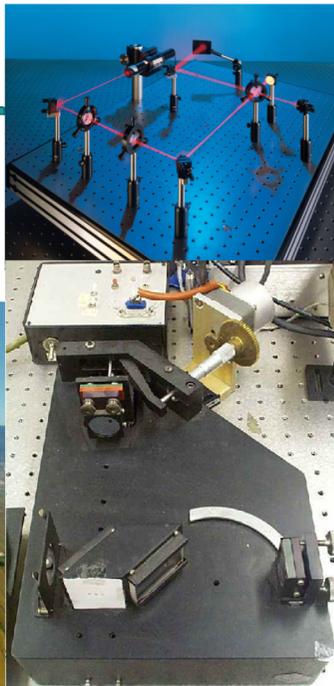


## Frangie di Interferenza con Luce Policromatica



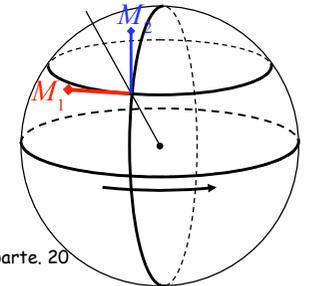
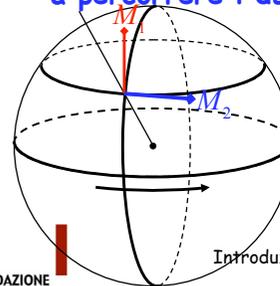
## Interferometri di Michelson

Sotto: l'esperimento italo-francese **VIRGO** è a Cascina (PI, Italia) è un interferometro di Michelson con i bracci lunghi **3 km** per rivelare **onde gravitazionali**.



## L'Esperimento di Michelson-Morley (II)

- Idea: **due osservazioni delle frangie** di interferenza, con l'interferometro diversamente orientato:
  - braccio  $M_1$  diretto lungo un **meridiano** e braccio  $M_2$  lungo un **parallelo**.
  - braccio  $M_1$  diretto lungo un **parallelo** e braccio  $M_2$  lungo un **meridiano**.
- A causa del moto di rotazione della Terra (0.5 km/s all'equatore) rispetto all'"Etere Luminifero", Michelson e Morley **si aspettavano spostamenti delle frangie di interferenza** dovuti ai **tempi diversi impiegati dalla luce a percorrere i due bracci**.

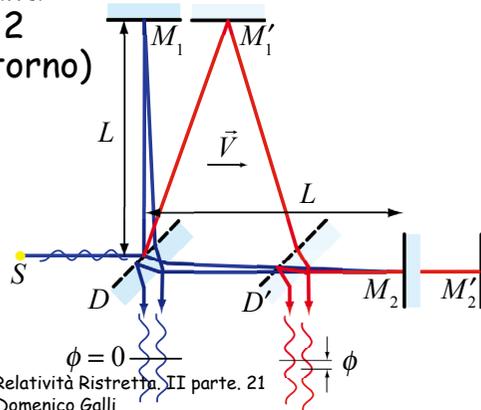


## L'Esperimento di Michelson-Morley (III)

- Se i due bracci dell'interferometro hanno **ugual lunghezza  $L$**  e l'interferometro è in **quiete** rispetto all' "Etere Luminifero" allora il **tempo** impiegato dalla luce a percorrere i 2 bracci (andata e ritorno) è **uguale**:

$$t_1 = t_2 = \frac{2L}{c}$$

per cui sull'asse si ha interferenza costruttiva.

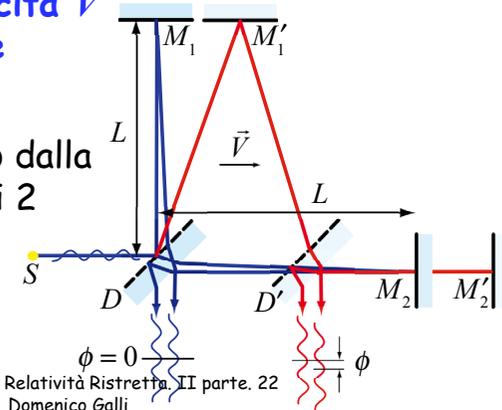


Introduzione alla Relatività Ristretta, II parte, 21  
Domenico Galli

## L'Esperimento di Michelson-Morley (IV)

- Se invece l'interferometro è **solidale** alla **superficie terrestre** e l'**asse orizzontale** è diretto **lungo un parallelo**, tale asse si muove con una certa **velocità  $V$**  rispetto all'"Etere Luminifero".

- Il **tempo** impiegato dalla luce a percorrere i 2 bracci (andata e ritorno) è **diverso**.



Introduzione alla Relatività Ristretta, II parte, 22  
Domenico Galli

## L'Esperimento di Michelson-Morley (V)

- Tratto orizzontale (andata), SdR "Etere":

- Mentre la luce viaggia da  $D$  a  $M_2$  lo specchio si è spostato da  $M_2$  a  $M'_2$ .

- La luce deve quindi percorrere il tratto  $DM'_2$ .

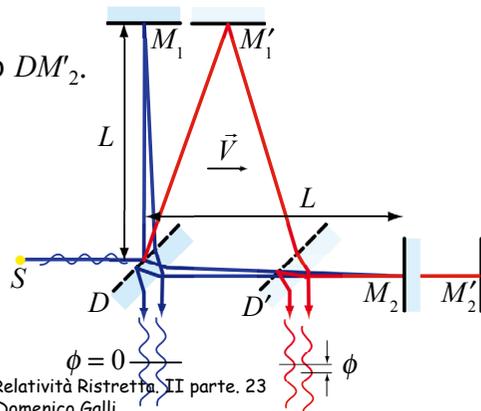
$$\overline{DM_2} = L$$

$$\overline{M_2M'_2} = Vt_{2A}$$

$$\overline{DM'_2} = L + Vt_{2A}$$

$$ct_{2A} = L + Vt_{2A}$$

$$t_{2A} = \frac{L}{c - V}$$



Introduzione alla Relatività Ristretta, II parte, 23  
Domenico Galli

## L'Esperimento di Michelson-Morley (VI)

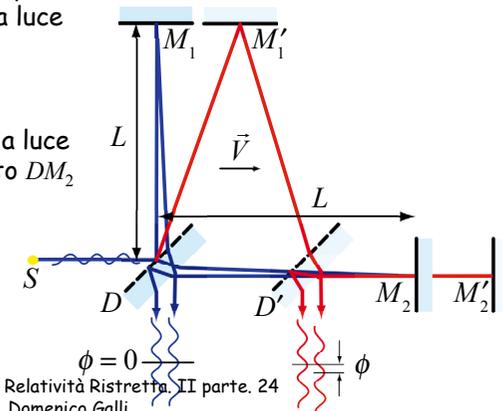
- Tratto orizzontale (andata), SdR Terra:

- Poiché la Terra si muove con velocità  $V$  lungo il parallelo rispetto all'"Etere" (verso a destra in figura) e la luce si muove con velocità  $c$  rispetto all'"Etere" (verso a destra in figura) la velocità della luce rispetto alla Terra è:

$$c'_A = c - V$$

- Il tempo necessario alla luce per percorrere il tratto  $DM_2$  è perciò:

$$t_{2A} = \frac{\overline{DM_2}}{c'_A} = \frac{L}{c - V}$$

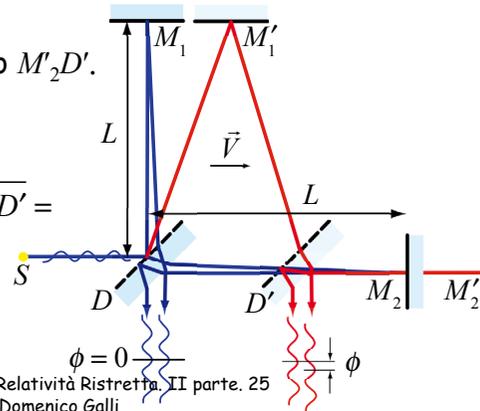


Introduzione alla Relatività Ristretta, II parte, 24  
Domenico Galli

## L'Esperimento di Michelson-Morley (VII)

- Tratto orizzontale (ritorno), SdR "Etere":
  - Mentre la luce viaggia da  $M'_2$  a  $D$  lo specchio si è spostato da  $D$  a  $D'$ .
  - La luce deve quindi percorrere il tratto  $M'_2D'$ .

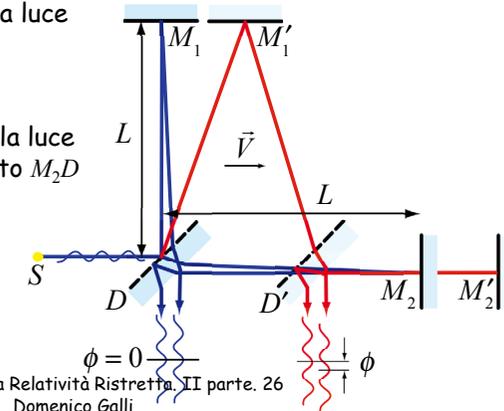
$$\begin{aligned} \overline{M'_2D} &= L + Vt_{2A} \\ \overline{DD'} &= V(t_{2A} + t_{2R}) \\ \overline{M'_2D'} &= L + Vt_{2A} - \overline{DD'} = \\ &= L - Vt_{2R} \\ ct_{2R} &= L - Vt_{2R} \\ t_{2R} &= \frac{L}{c+V} \end{aligned}$$



## L'Esperimento di Michelson-Morley (VIII)

- Tratto orizzontale (ritorno), SdR Terra:
  - Poiché la Terra si muove con velocità  $V$  lungo il parallelo rispetto all'"Etere" (verso a destra in figura) e la luce si muove con velocità  $c$  rispetto all'"Etere" (verso a sinistra in figura) la velocità della luce rispetto alla Terra è:

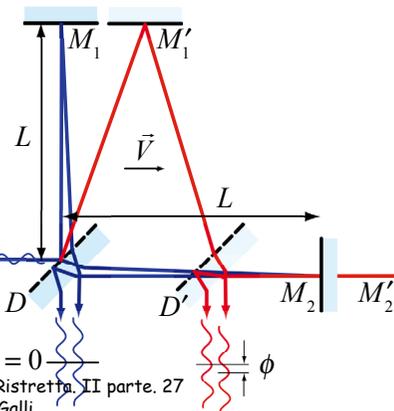
$$\begin{aligned} c'_R &= c + V \\ \text{Il tempo necessario alla luce per percorrere il tratto } M_2D &\text{ è perciò:} \\ t_{2R} &= \frac{\overline{M_2D}}{c'_R} = \frac{L}{c+V} \end{aligned}$$



## L'Esperimento di Michelson-Morley (IX)

- Il tempo complessivo impiegato dalla luce per percorrere nei due versi (andata e ritorno) il braccio orizzontale è:

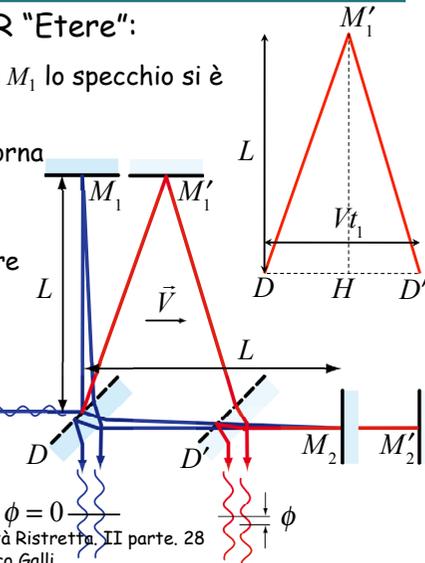
$$\begin{aligned} t_2 &= t_{2A} + t_{2R} = \frac{L}{c-V} + \frac{L}{c+V} = \\ &= \frac{L(c+V) + L(c-V)}{c^2 - V^2} = \\ &= \frac{2Lc}{c^2 - V^2} = \frac{2L}{c} \frac{1}{1 - \frac{V^2}{c^2}} \end{aligned}$$



## L'Esperimento di Michelson-Morley (X)

- Tratto verticale (A+R), SdR "Etere":
  - Mentre la luce viaggia da  $D$  a  $M_1$  lo specchio si è spostato da  $M_1$  a  $M'_1$ .
  - Quando poi la luce da  $M'_1$  ritorna in  $D$ , lo specchio  $D$  si è spostato da  $D$  a  $D'$ .
  - La luce deve quindi percorrere i 2 tratti di egual lunghezza  $DM'_1$  e  $M'_1D'$ :

$$\begin{aligned} \overline{DM'_1}^2 &= \overline{DH}^2 + \overline{HM'_1}^2 = \left(V \frac{t_1}{2}\right)^2 + L^2 \\ \overline{M'_1D'}^2 &= \overline{HD'}^2 + \overline{HM'_1}^2 = \left(V \frac{t_1}{2}\right)^2 + L^2 \end{aligned}$$



## L'Esperimento di Michelson-Morley (XI)

- Avremo perciò:

$$\left(c \frac{t_1}{2}\right)^2 = \overline{DM_1'}^2 = \left(V \frac{t_1}{2}\right)^2 + L^2$$

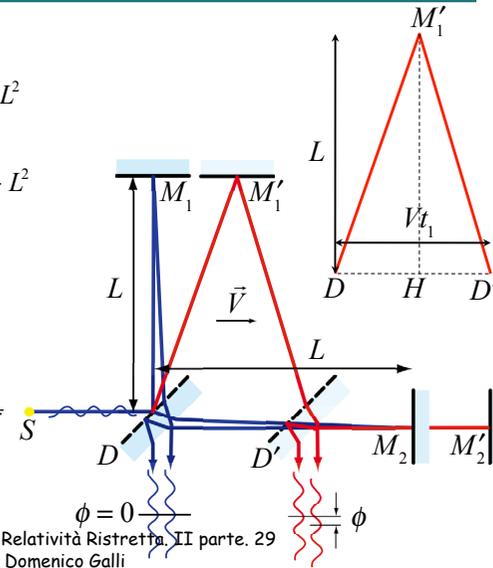
$$\left(c \frac{t_1}{2}\right)^2 = \overline{M_1'D'}^2 = \left(V \frac{t_1}{2}\right)^2 + L^2$$

$$c^2 \frac{t_1^2}{4} = V^2 \frac{t_1^2}{4} + L^2$$

$$c^2 t_1^2 = V^2 t_1^2 + 4L^2$$

$$(c^2 - V^2) t_1^2 = 4L^2$$

$$t_1 = \frac{2L}{\sqrt{c^2 - V^2}} = \frac{2L}{c} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$



Introduzione alla Relatività Ristretta, II parte, 29  
Domenico Galli

## L'Esperimento di Michelson-Morley (XII)

- Tratto verticale (A+R), SdR Terra:

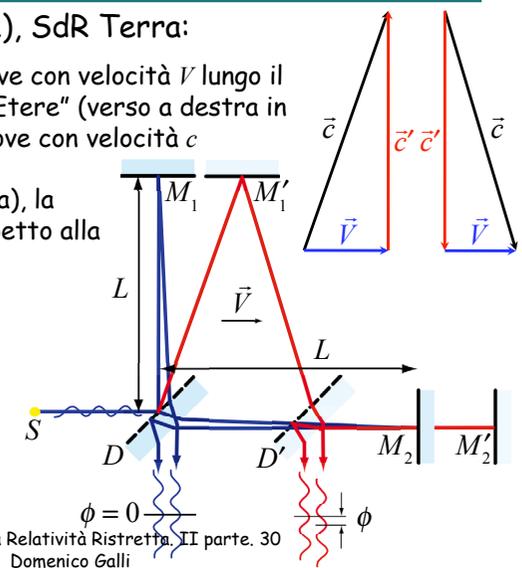
- Poiché la Terra si muove con velocità  $V$  lungo il parallelo rispetto all'"Etere" (verso a destra in figura) e la luce si muove con velocità  $c$  rispetto all'"Etere"

(obliquamente in figura), la velocità della luce rispetto alla Terra è:

$$\vec{c}' = \vec{c} - \vec{V}$$

e il suo modulo è:

$$c' = \|\vec{c} - \vec{V}\| = \sqrt{c^2 - V^2}$$



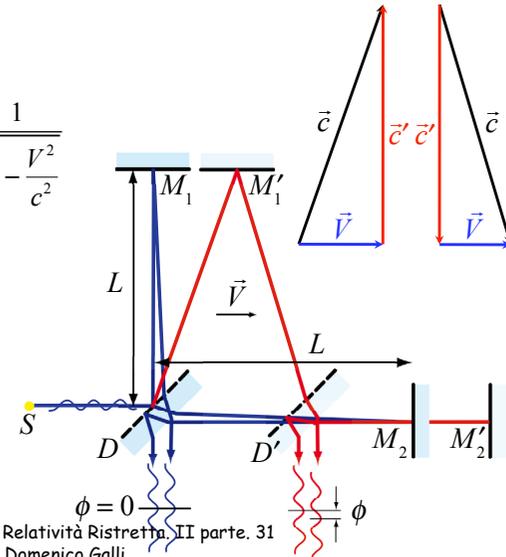
Introduzione alla Relatività Ristretta, II parte, 30  
Domenico Galli

## L'Esperimento di Michelson-Morley (XIII)

- Avremo perciò:

$$c' = \sqrt{c^2 - V^2}$$

$$t_1 = \frac{2L}{c'} = \frac{2L}{\sqrt{c^2 - V^2}} = \frac{2L}{c} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$



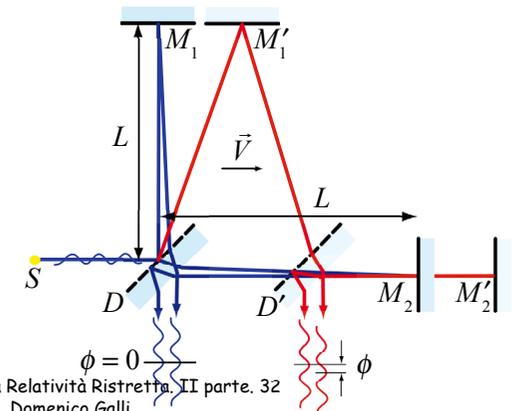
Introduzione alla Relatività Ristretta, II parte, 31  
Domenico Galli

## L'Esperimento di Michelson-Morley (XIV)

- Riassumendo, i tempi impiegati dalla luce a percorrere il **braccio lungo il parallelo** ( $t_2$ ) e il **braccio lungo il meridiano** ( $t_1$ ) sono diversi:

$$t_2 = \frac{2L}{c} \frac{1}{1 - \frac{V^2}{c^2}}$$

$$t_1 = \frac{2L}{c} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$



Introduzione alla Relatività Ristretta, II parte, 32  
Domenico Galli

## L'Esperimento di Michelson-Morley (XV)

- Essendo  $V \ll c$ , possiamo approssimare:

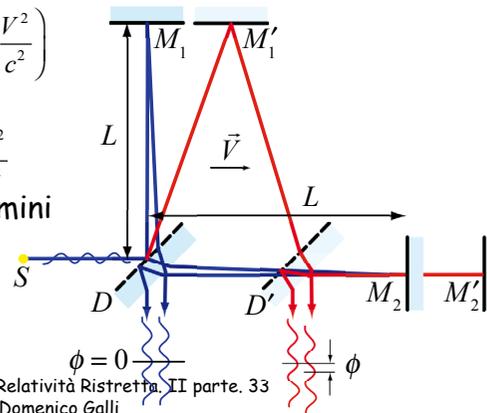
$$t_2 = \frac{2L}{c} \frac{1}{1 - \frac{V^2}{c^2}} \approx \frac{2L}{c} \left( 1 + \frac{V^2}{c^2} \right)$$

$$t_1 = \frac{2L}{c} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \approx \frac{2L}{c} \left( 1 + \frac{1}{2} \frac{V^2}{c^2} \right)$$

$$\Delta t = t_2 - t_1 \approx \frac{2L}{c} \frac{1}{2} \frac{V^2}{c^2} = \frac{L V^2}{c^3}$$

- La differenza dei cammini ottici vale.

$$\Delta l = c \Delta t = c \left( t_2 - t_1 \right) = L \frac{V^2}{c^2}$$

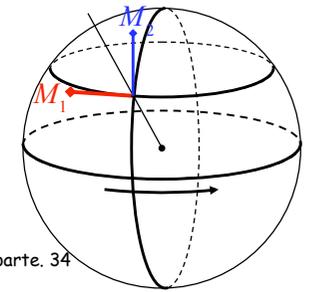
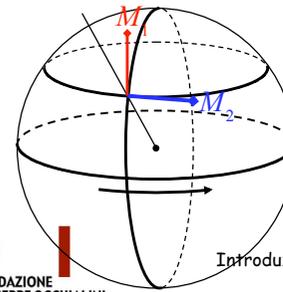


Introduzione alla Relatività Ristretta, II parte. 33  
Domenico Galli

## L'Esperimento di Michelson-Morley (XVI)

- Ruotando l'interferometro di  $90^\circ$  tale differenza di cammini passa da  $\Delta l$  a  $-\Delta l$ , per una variazione totale di  $2\Delta l$ .
- Ci aspetteremmo dunque uno **spostamento delle frange** di interferenza di una frazione della larghezza di frangia pari a:

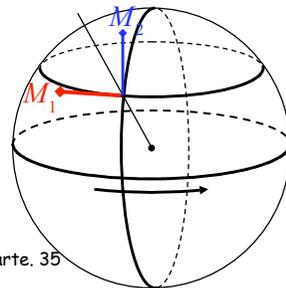
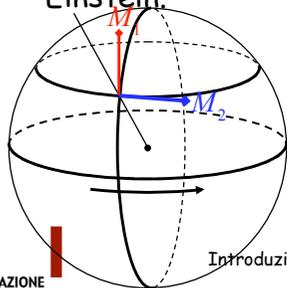
$$s = \frac{2\Delta l}{\lambda} = 2 \frac{V^2}{c^2} \frac{L}{\lambda}$$



Introduzione alla Relatività Ristretta, II parte. 34  
Domenico Galli

## L'Esperimento di Michelson-Morley (XVII)

- L'interferometro era **ampiamente sensibile** per osservare tale effetto.
- Non fu trovato tuttavia nessuno spostamento delle frange.**
  - La velocità dell' "Etere Luminifero" non poté essere rilevata.
- Occorsero **18 anni** prima che i **risultati negativi** dell'esperimento fossero **pienamente spiegati** da Einstein.



Introduzione alla Relatività Ristretta, II parte. 35  
Domenico Galli



FONDAZIONE  
GIUSEPPE OCCHIALINI

## Interpretazioni di un Fallimento

Le Prime Reazioni al Fallimento  
dell'Esperimento di Michelson-Morley

## La Contrazione di Fitzgerald-Lorentz

- Il fallimento dell'esperimento di Michelson-Morley creò sconcerto.
- La **prima idea** per trovare una via d'uscita venne, **2 anni dopo**, indipendentemente da **George Fitzgerald** e da **Hendrik Lorentz**:
  - i corpi materiali **in moto contraggono** la propria **dimensione nella direzione del movimento**, riducendo la propria lunghezza da  $L_0$  a:
 
$$L_{\parallel} = L_0 \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}} < L_0$$
  - L'effetto non è riscontrabile dall'osservatore in moto poiché l'unità **campione** da lui usata per la misura subisce anch'essa una contrazione della stessa entità.

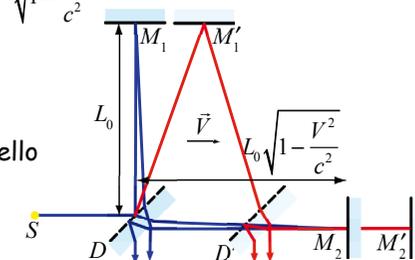
## La Contrazione di Fitzgerald-Lorentz (II)

- In questo modo il braccio  $DM_2$ , orientato lungo un parallelo, risulterebbe **più corto** del braccio  $DM_1$ , orientato lungo un meridiano.
- I **tempi** di percorrenza dei 2 bracci dell'interferometro diventerebbero allora **uguali**:

$$t_2 = \frac{2L_{\parallel}}{c} \frac{1}{1 - \frac{V^2}{c^2}} = \frac{2L_0 \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}{c} \frac{1}{1 - \frac{V^2}{c^2}} = \frac{2L_0}{c} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

$$t_1 = \frac{2L_{\perp}}{c} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} = \frac{2L_0}{c} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

- Questo spiegherebbe l'**assenza** dello **spostamento** delle **frange** di interferenza.



## La Contrazione di Fitzgerald-Lorentz (III)

- La **contrazione annullava** ogni **effetto** della **velocità** del laboratorio **rispetto all'etere**.
  - Grazie ad un intervento correttivo *ad hoc*, l'idea dell'"**Etere Luminifero**" era di nuovo **salva**.
  - L'esistenza di un **SdR privilegiato** per lo studio dei fenomeni fisici non era messa in discussione.
- La **ragione** della **contrazione** era attribuita a reali **effetti elettromagnetici** prodotti dal moto dei corpi nell'etere:
  - Effetti tuttavia **non previsti** dagli studi dello stesso Lorentz sull'elettromagnetismo, condotti dello stesso periodo.
- L'ipotesi di Fitzgerald-Lorentz **non ottenne molto credito**:
  - parve formulata **artificialmente** per risolvere la difficoltà.
- Il problema del SdR privilegiato si aggravava:
  - Leggi **elettromagnetismo** verificate soltanto nel **SdR dell'etere**;
  - SdR dell'etere **indistinguibile** sperimentalmente da altri SdR:
    - Impossibile trovare con una misura sperimentale qual è il SdR dell'etere.

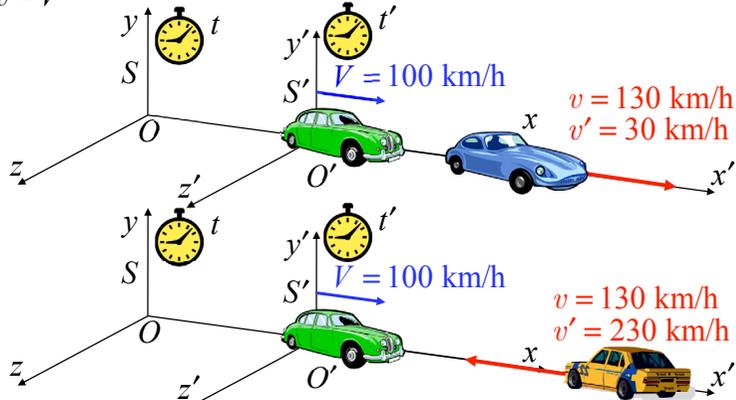
## Impossibilità della Misura della Velocità Assoluta

- Altri esperimenti** progettati per misurare il "**vento di etere**" ebbero **analoghe difficoltà**.
- Pareva esserci una **conspirazione** che — ogniqualvolta si tentava di misurare il "**vento di etere**" — introduceva un nuovo fenomeno che ne rendeva **impossibile la misura**.
- Poincaré osservò che una **conspirazione generale** doveva essere anch'essa una **legge di natura**.
- Poincaré propose quindi che vi fosse una **legge di natura** per cui fosse **impossibile** — **con qualunque esperimento** — **misurare il "vento di etere"**.
  - In altre parole, non ci può essere **nessun modo** per **misurare una velocità assoluta** (cioè una velocità rispetto all' "Etere Luminifero").

## Composizione Galileiana delle Velocità

- Nelle trasformazioni di Galileo le velocità si compongono secondo la legge:

$$\vec{v}' = \vec{v} - \vec{V}$$



Introduzione alla Relatività Ristretta, II parte, 41  
Domenico Galli

## Invarianza della Velocità della Luce

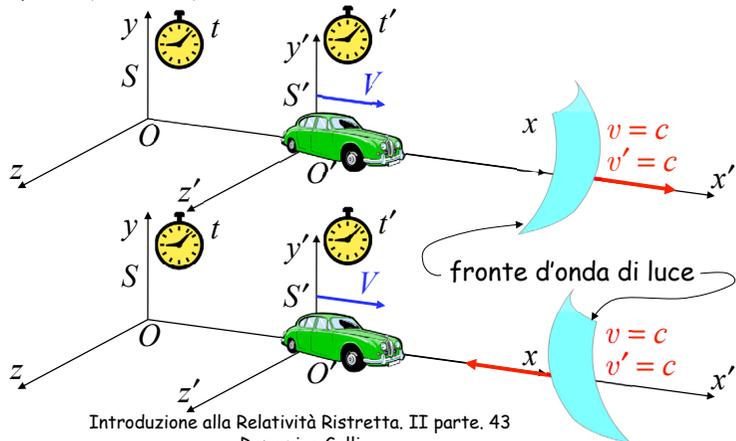
- Se velocità della luce fosse relativa, così come lo è la velocità degli oggetti ordinari, allora:
  - Potremmo individuare il SdR dell'“Etere Luminifero” come il SdR in cui la luce ha velocità  $c$ .
  - Misurando la velocità della luce in un SdR potremmo ricavare la velocità assoluta di tale SdR.
- Se postuliamo che non sia possibile misurare una velocità assoluta allora dobbiamo concludere che:
  - La velocità della luce nel vuoto  $c$  è un invariante; in altre parole:
    - La velocità della luce nel vuoto  $c$  non è relativa;
    - La velocità della luce nel vuoto  $c$  è la stessa in tutti i SdR.

Introduzione alla Relatività Ristretta, 42  
Domenico Galli

## Invarianza della Velocità della Luce (II)

- Di conseguenza, la velocità della luce nel vuoto, **non rispetta** la composizione galileiana delle velocità.

$$\vec{v}' = \vec{c} \neq \vec{c} - \vec{V} = \vec{v} - \vec{V}$$

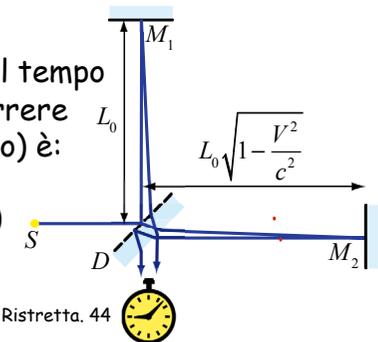


Introduzione alla Relatività Ristretta, II parte, 43  
Domenico Galli

## Dilatazione del Tempo

- Riconsideriamo l'esperienza di Michelson e Morley dal nuovo punto di vista (invarianza della velocità della luce nel vuoto).
- Consideriamo il braccio  $DM_1$ , perpendicolare alla direzione del moto
  - Sicuramente non si contrae.
- Nel SdR dell'interferometro, il tempo impiegato dalla luce per percorrere il braccio  $DM_1$  (andata e ritorno) è:

$$t = \frac{2L_0}{c} = \tau \quad (\text{tempo proprio})$$



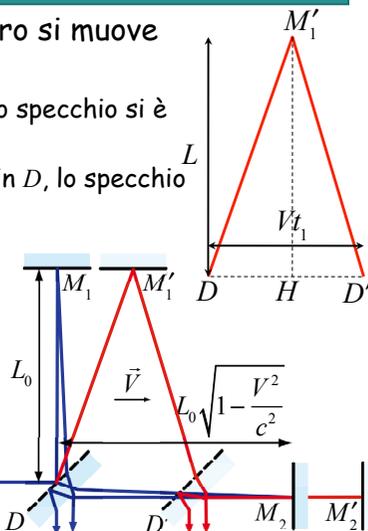
Introduzione alla Relatività Ristretta, 44  
Domenico Galli

## Dilatazione del Tempo (II)

- In un SdR in cui l'interferometro si muove verso destra con velocità  $V$ :
  - Mentre la luce viaggia da  $D$  a  $M_1$  lo specchio si è spostato da  $M_1$  a  $M'_1$ .
  - Quando poi la luce da  $M'_1$  ritorna in  $D$ , lo specchio  $D$  si è spostato da  $D$  a  $D'$ .
  - La luce deve quindi percorrere i 2 tratti di egual lunghezza  $DM'_1$  e  $M'_1D'$ :

$$\overline{DM'_1}^2 = \overline{DH}^2 + \overline{HM'_1}^2 = \left(V \frac{t_1}{2}\right)^2 + L_0^2$$

$$\overline{M'_1D'}^2 = \overline{HD'}^2 + \overline{HM'_1}^2 = \left(V \frac{t_1}{2}\right)^2 + L_0^2$$



Introduzione alla Relatività Ristretta. II parte. 45  
Domenico Galli

## Dilatazione del Tempo (III)

- Avremo perciò essendo  $c$  la velocità della luce **anche nel SdR in moto** rispetto all'interferometro:

$$\left(c \frac{t_1}{2}\right)^2 = \overline{DM'_1}^2 = \left(V \frac{t_1}{2}\right)^2 + L_0^2$$

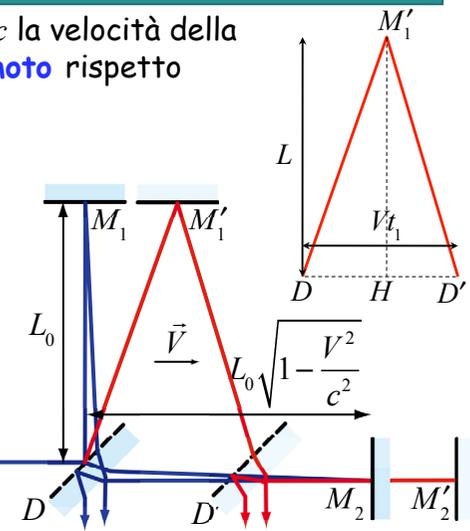
$$\left(c \frac{t_1}{2}\right)^2 = \overline{M'_1D'}^2 = \left(V \frac{t_1}{2}\right)^2 + L_0^2$$

$$c^2 \frac{t_1^2}{4} = V^2 \frac{t_1^2}{4} + L_0^2$$

$$c^2 t_1^2 = V^2 t_1^2 + 4L_0^2$$

$$(c^2 - V^2) t_1^2 = 4L_0^2$$

$$t_1 = \frac{2L_0}{\sqrt{c^2 - V^2}} = \frac{2L_0}{c} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$



Introduzione alla Relatività Ristretta. II parte. 46  
Domenico Galli

## Dilatazione del Tempo (IV)

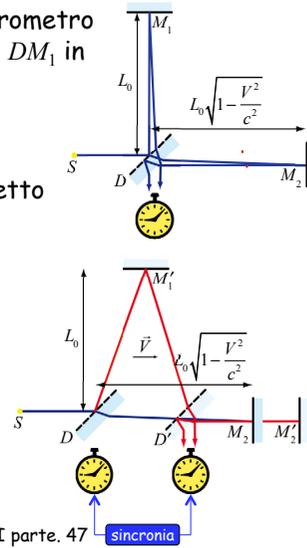
- L'osservatore in **quiete** rispetto all'interferometro misura un tempo (per percorrere il braccio  $DM_1$  in andata e ritorno) pari a:

$$t = \frac{2L_0}{c} = \tau \quad (\text{tempo proprio})$$

- Un osservatore in **moto** con velocità  $V$  rispetto all'interferometro misura invece il tempo:

$$t' = \frac{2L_0}{c} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} = \frac{\tau}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} > \tau$$

- Il **tempo** necessario per **percorrere il braccio**  $DM_1$  dell'interferometro in andata e ritorno è **minore** nel SdR in cui l'interferometro è in **quiete**.



Introduzione alla Relatività Ristretta. II parte. 47  
Domenico Galli

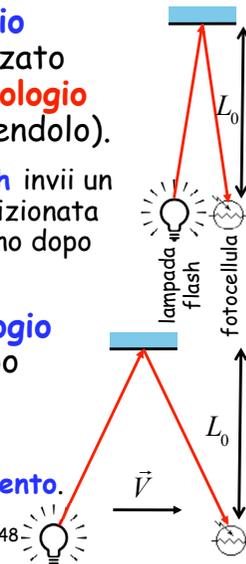
## Dilatazione del Tempo (V)

- Il **tempo di percorrenza** di un **braccio** dell'interferometro può essere utilizzato come **tempo base** (tic-tac) per un **orologio** (analogamente all'oscillazione di un pendolo).

- Si può immaginare che una lampada **flash** invii un **lambo di luce** e che una **fotocellula** (posizionata vicino al flash) ne rilevi il tempo di ritorno dopo una riflessione su di uno **specchio**.

- Il **tempo misurato nel SdR dell'orologio** (**tempo proprio**,  $\tau$ ) è **minore** del tempo misurato in **ogni altro SdR** in moto rispetto all'orologio.

- L'**orologio** osservato in **movimento** è **più lento**.



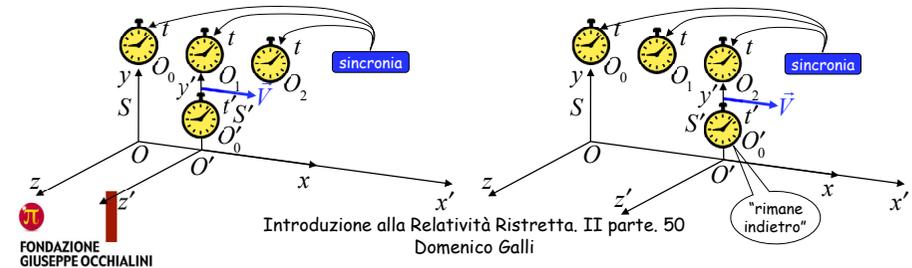
Introduzione alla Relatività Ristretta. II parte. 48  
Domenico Galli

## Dilatazione del Tempo (VI)

- Potremmo ora pensare che questo **rallentamento** si osservi **soltanto negli orologi** che funzionano con un **raggio di luce** riflesso in uno specchio.
  - Potremmo pensare che un normale orologio a **pendolo**, oppure un orologio da polso a **bilanciere** o ancora un orologio al **quarzo** non subiscano tale rallentamento.
- Tuttavia, **se questo fosse vero, dal disaccordo** dei due orologi, potremmo **riconoscere**, se siamo **fermi** o siamo in **moto** traslatorio rettilineo uniforme, **contraddicendo il principio di relatività ristretta**.

## Dilatazione del Tempo (VII)

- Se supponiamo che valga il **principio di relatività ristretta**, allora dobbiamo concludere, che **tutti** gli orologi, osservati da un sistema di riferimento in moto, sono **rallentati**.

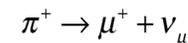


## Dilatazione del Tempo (VIII)

- Se vale il principio di relatività ristretta, allora non ci deve essere **nessun modo** per potere **riconoscere** una **discrepanza nella misura del tempo** tra orologi o altri fenomeni di tipo diverso nello **stesso SdR**.
  - Non soltanto i fenomeni fisici, ma anche i fenomeni **biologici** debbono essere rallentati: il **cuore** deve battere più lentamente, deve essere più lento il **pensiero**, più lungo il tempo di sviluppo e di guarigione delle **malattie**, più lungo il tempo di **invecchiamento**, ecc.
- Se vale il principio di relatività ristretta, allora non soltanto la misura di particolari orologi, bensì il **tempo stesso** deve essere **rallentato** se osservato da un SdR in moto.

## Vita Media dei Mesoni $\pi^+$

- Alcune particelle, denominate **pioni carichi**, una volta prodotte, vivono in media un certo tempo — detto **vita media** — dopo il quale **decadono** in **muoni** e **neutrini**:



- La **vita media propria** (cioè nel SdR della particella)  $\tau$  dei pioni carichi vale  $\tau = 2.5 \times 10^{-8}$  s.
- Mediante un acceleratore di particelle, un fascio di pioni può essere portato a una velocità pari al 99.995 % della velocità della luce nel vuoto.

## Vita Media dei Mesoni $\pi^+$ (II)

- La loro vita media diventa quindi **100 volte piú grande** della loro vita media propria:

$$t' = \frac{\tau}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} = \frac{2.5 \times 10^{-8} \text{s}}{\sqrt{1 - 0.99995^2}} = \frac{2.5 \times 10^{-8} \text{s}}{\sqrt{0.00009999}} =$$

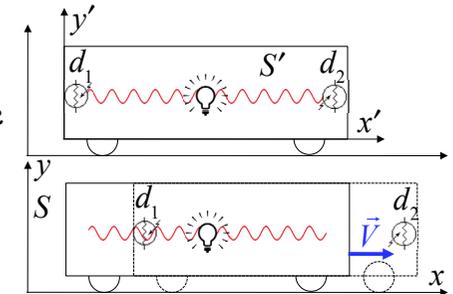
$$= 100.001 \times 2.5 \times 10^{-8} \text{s} = 2.5 \times 10^{-6} \text{s}$$

- Se non ci fosse la dilatazione dei tempi, i pioni percorrerebbero, prima di decadere, una distanza:
 
$$s = V\tau = 0.99995 \times 2.9979 \times 10^8 \text{ m/s} \times 2.5 \times 10^{-8} \text{s} = 7.5 \text{ m}$$
- A causa della dilatazione dei tempi, i pioni percorrono, prima di decadere, una distanza **100 volte maggiore**:
 
$$s = Vt' = 0.99995 \times 2.9979 \times 10^8 \text{ m/s} \times 2.5 \times 10^{-6} \text{s} = 750 \text{ m}$$

## Simultaneità

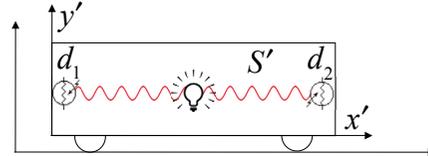
- Una conseguenza del fatto che il tempo scorre diversamente in diversi SdR inerziali implica, in particolare, che **2 eventi simultanei in un SdR** possano **non essere simultanei in un altro SdR**.
  - Accade se gli eventi sono **spazialmente distanti**.

- Nel vagone in figura, una **lampada flash** al centro invia impulsi di luce alle **fotocellule**,  $d_1$  e  $d_2$  situate alle due estremità.



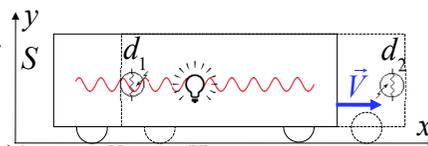
## Simultaneità (II)

- SdR del **vagone** ( $S'$ ):
  - Poiché la lampada flash è equidistante dalle 2 fotocellule e la luce si muove alla stessa velocità  $c$  nelle due direzioni nel SdR del vagone, l'impulso di luce arriva **simultaneamente** sulle 2 fotocellule.



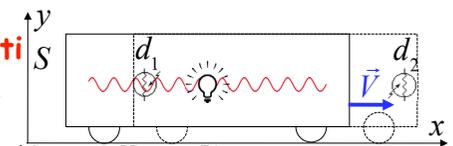
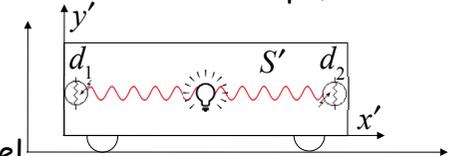
- SdR a **terra** ( $S$ ):

- Poiché la lampada flash è equidistante dalle 2 fotocellule e la luce si muove alla stessa velocità  $c$  nelle due direzioni nel SdR a terra, ma il **vagone si sposta verso destra**, l'impulso di luce **non** arriva **simultaneamente** sulle 2 fotocellule. Arriva prima su  $d_1$  e poi su  $d_2$ .



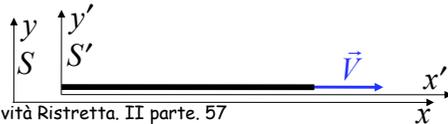
## Simultaneità (III)

- In altre parole, nel **SdR a terra**, il lampo di luce, dopo un certo tempo, avrà percorso la stessa distanza sia verso destra, sia verso sinistra. Nello stesso tempo, però, la fotocellula  $d_1$  è **andata incontro** al lampo, mentre la fotocellula  $d_2$  si è **allontanata** dal lampo.
- L'arrivo del lampo alle due fotocellule è **simultaneo** nel SdR del **vagone** ( $S'$ ) ma **non è simultaneo** nel SdR a **terra** ( $S$ ).
- La **simultaneità di 2 eventi distanti dipende dal SdR**.



## Un'Asta in Moto si Contrae o si Allunga?

- Consideriamo un'asticella di lunghezza  $L_0$  disposta nella direzione del suo moto.
- La **misura** della **lunghezza** dell'asticella richiede la determinazione **simultanea** della posizione delle sue **estremità**.
- Ci aspettiamo quindi che il risultato della **misura dipenda** dal fatto che le due estremità della sbarra siano misurate:
  - a. **simultaneamente** nel **SdR del laboratorio**;
  - b. **simultaneamente** nel **SdR della sbarra**.



Introduzione alla Relatività Ristretta, II parte, 57  
Domenico Galli

## Un'Asta in Moto si Contrae o si Allunga? (II)

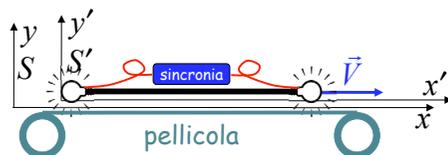
- Se fotografiamo l'asta illuminandola con un **flash**, tenendo **flash e pellicola in quiete nel SdR del laboratorio**:
  - stiamo misurando la posizione delle 2 estremità dell'asta **simultaneamente nel SdR del laboratorio**.



Introduzione alla Relatività Ristretta, II parte, 58  
Domenico Galli

## Un'Asta in Moto si Contrae o si Allunga? (III)

- Se invece mettiamo **sull'asta** (solidale a essa) un dispositivo **lampeggiatore**, collegato con **2 fili di uguale lunghezza** a due **lampade poste alle 2 estremità dell'asta** e con il lampo delle due lampade impressioniamo una **pellicola in quiete nel SdR del laboratorio**:
  - stiamo misurando la posizione delle 2 estremità dell'asta **simultaneamente nel SdR dell'asta**.



Introduzione alla Relatività Ristretta, II parte, 59  
Domenico Galli

## Un'Asta in Moto si Contrae o si Allunga? (IV)

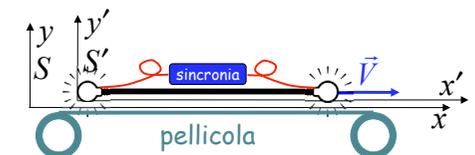
- Con il primo metodo (**simultaneità SdR laboratorio**) si osserva la **contrazione** di Fitzgerald-Lorentz:

$$L_{||} = L_0 \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}} < L_0$$



- Con il secondo metodo (**simultaneità nel SdR dell'asta**) si osserva un **allungamento**.

$$L_{||} = \frac{L_0}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} > L_0$$



Introduzione alla Relatività Ristretta, II parte, 60  
Domenico Galli

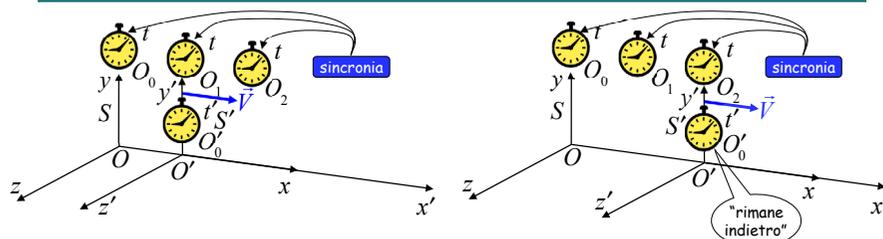
## Quale Orologio Rimane Indietro?

- Consideriamo un SdR  $S'$  in moto relativo rispetto al SdR  $S$ .
- Un **orologio fisso in  $S'$**  è visto in moto da un osservatore in  $S$  il quale dunque lo vede rimanere indietro.
- Tuttavia è vero anche che un **orologio fisso in  $S$**  è visto in moto da un osservatore in  $S'$  il quale dunque lo vede rimanere indietro.
- Come si possono **conciliare** queste due affermazioni?
  - Qual è l'orologio che veramente rimane indietro rispetto all'altro?
  - Qual è l'orologio che invece va avanti rispetto all'altro?

## Quale Orologio Rimane Indietro? (II)

- La chiave della risposta sta nel **procedimento di confronto degli orologi**.
- Per confrontare i tempi in un certo istante, occorre potere disporre di **due orologi che in quell'istante si trovano nella stessa posizione**:
  - Altrimenti non è possibile definire **univocamente** la **simultaneità** della misura del tempo da parte dei 2 orologi.
- Occorre dunque potere disporre, almeno in uno dei 2 SdR, di una **successione di orologi sincronizzati** tra loro.
  - P. es. mediante un dispositivo di sincronismo che comanda tutti gli orologi della successione mediante cavi elettrici della stessa lunghezza.
- Nell'altro SdR è sufficiente un **orologio singolo**.

## Quale Orologio Rimane Indietro? (III)



- Rimane **indietro** l'**orologio singolo** che viene confrontato con la successione di orologi.

