



FONDAZIONE
GIUSEPPE OCCHIALINI

Dinamica del punto materiale

Vincenzo Vagnoni

Istituto Nazionale di Fisica Nucleare e
Fondazione Giuseppe Occhialini

Fossombrone, 25 Marzo 2009



Il primo principio. Formulazione classica



FONDAZIONE
GIUSEPPE OCCHIALINI

- Detto anche **principio di inerzia**, descrive il moto di un punto materiale **non soggetto a forze**.
- Formulato da **Galileo Galilei** (1564-1642).
- **Formulazione classica**: "Qualunque punto materiale, non soggetto ad alcuna forza, o rimane in quiete oppure si muove di moto rettilineo uniforme".
- È stata una fondamentale conquista scientifica, in quanto **apparentemente contraddice l'esperienza comune**: siamo abituati a pensare che sia necessario esercitare costantemente una forza per mantenere un corpo in movimento (automobile, bicicletta, ecc.).



Il moto nella fisica pre-galileiana



FONDAZIONE
GIUSEPPE OCCHIALINI

- **Leggi diverse** per moti di "tipo" diverso.
- **Aristotele** (384-322 a.C.): impostazione errata, ma ritenuta valida per altri 1900 anni, impedendo di fatto lo sviluppo della meccanica.
 - **Moti naturali**
 - moto **verso il basso** o **verso l'alto** (linea retta).
 - moto degli **astri** (circolare).
 - **Moti violenti**: si credeva che fosse $F \propto v$.
 - moto di un **carro trainato**. Maggiore è la forza applicata, maggiore è la velocità.
 - **lancio di un sasso** in direzione orizzontale. Cessata la spinta della mano, si attribuiva all'aria la causa di una spinta aggiuntiva che sospinge il corpo in avanti con forza decrescente.



Il moto nella fisica galileiana



FONDAZIONE
GIUSEPPE OCCHIALINI

- Principi fondamentali che valgono per tutti i moti.
- La comprensione del principio di inerzia è stata **ostacolata** dalla presenza, difficilmente eliminabile, di una forza: la **forza di attrito**.
- Per comprendere le caratteristiche del **moto in assenza di forze** è necessario effettuare esperimenti in condizioni di attrito via via meno intenso ed **estrapolarne** i risultati alla condizione **ideale** di assenza della forza di attrito.

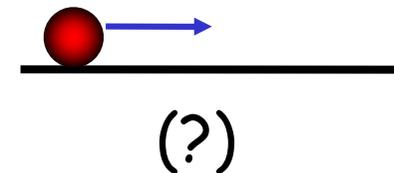
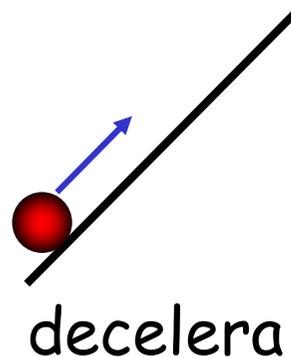
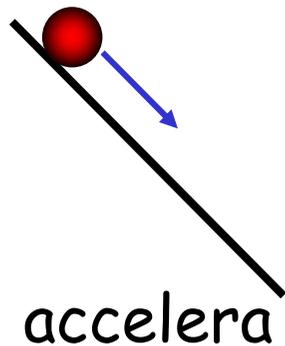


Esperimenti di Galileo: piano inclinato



FONDAZIONE
GIUSEPPE OCCHIALINI

- Su di un piano inclinato in **discesa** un punto materiale **accelera**.
- Su di un piano inclinato in **salita** un punto materiale **decelera**.
- Cosa accade se il piano è **orizzontale**? Dovrebbe non accelerare né decelerare, dunque muoversi di moto uniforme (in realtà decelera).



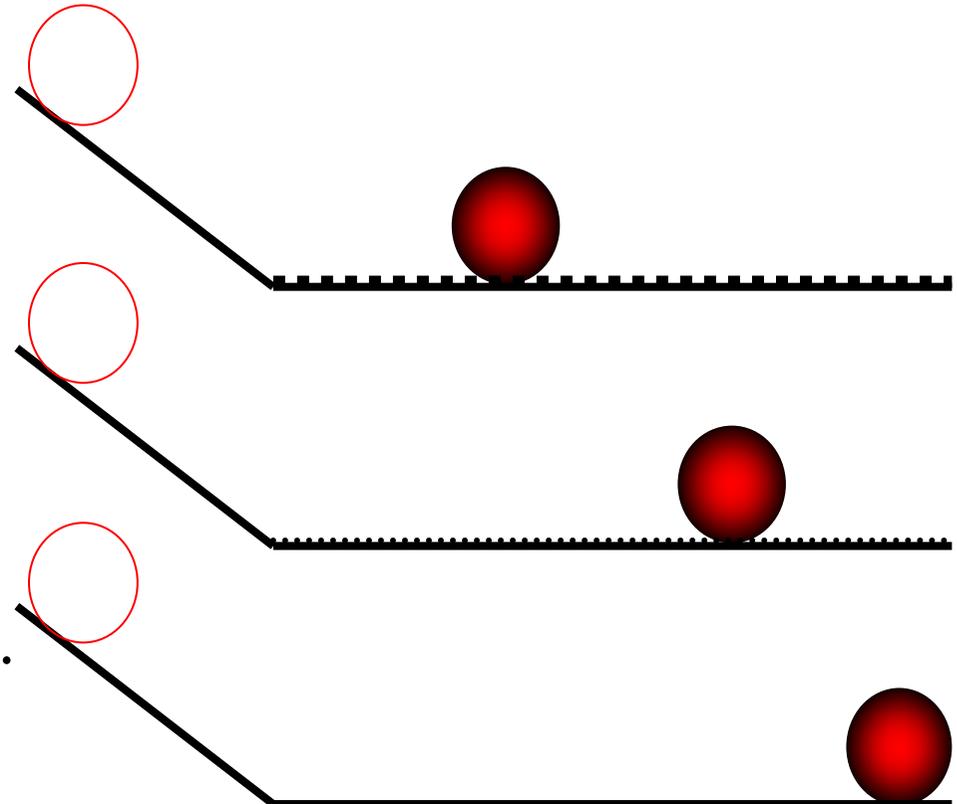


Esperimenti di Galileo: piani orizzontali di scabrosità variabile



FONDAZIONE
GIUSEPPE OCCHIALINI

- Il punto materiale viene fatto scendere da un piano inclinato e poi continua su di un piano orizzontale scabro.
- **Minore** è la **scabrosità** del piano orizzontale, **maggiore** è il **percorso** del punto.
- Si deduce che la **scabrosità** del piano è **causa del rallentamento**.
- Se il piano fosse **assolutamente liscio** il punto continuerebbe a muoversi **senza rallentare**.



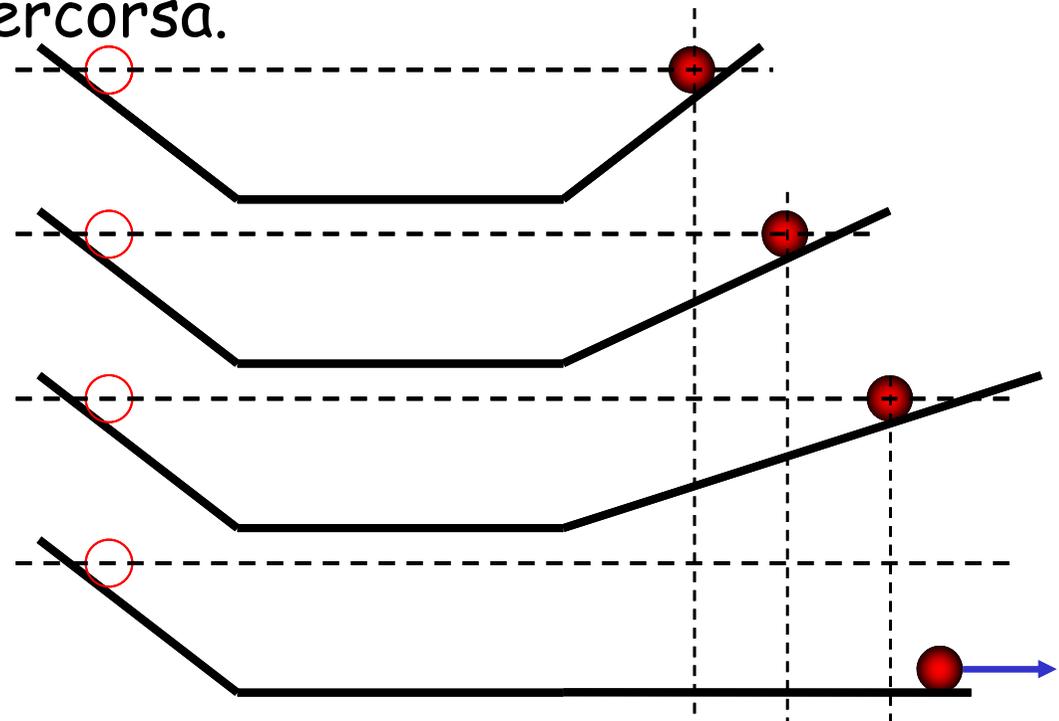


Esperimenti di Galileo: doppio piano inclinato



FONDAZIONE
GIUSEPPE OCCHIALINI

- Il punto scende, percorre il tratto orizzontale, poi risale, **raggiungendo approssimativamente l'altezza iniziale** (non la raggiunge **esattamente** a causa dell'**attrito**).
- **Diminuendo l'inclinazione** del secondo piano **aumenta la distanza orizzontale** percorsa.
- Se il secondo piano è perfettamente **orizzontale**, l'altezza iniziale non può mai essere raggiunta, e, in assenza di attrito, il moto del punto diviene perpetuo.





Il punto materiale non soggetto a forze



FONDAZIONE
GIUSEPPE OCCHIALINI

- Per studiare il moto di un punto non soggetto a forze occorre eliminare tutte le forze che agiscono su di esso:
 - **forze meccaniche** (cordicelle che trainano, molle, ecc.). È sufficiente assicurarsi che non ci siano contatti meccanici.
 - **forze idrostatiche** (spinta di Archimede). Assicurarsi che il punto materiale non sia immerso in un liquido.
 - **vincoli**: vanno eliminati.
 - **attrito**: vanno eliminati strisciamenti e fluidi viscosi.
 - **forze di interazione**: vanno eliminate cariche elettriche e magneti. Occorre inoltre allontanarsi dalla Terra e da altri corpi celesti.



Il punto materiale non soggetto a forze (II)



FONDAZIONE
GIUSEPPE OCCHIALINI

- Fatto questo, abbiamo eliminato tutte le forze? NO
- Esiste un altro tipo di forze:
 - Viaggiando in automobile, quando **freniamo**, ci sentiamo **sospinti in avanti**. Quando **curviamo** ci sentiamo **sospinti all'esterno** della curva.
 - Le forze che ci sospingono in avanti quando freniamo o all'esterno quando curviamo sono dette **forze inerziali** (o **forze apparenti**, o ancora **forze fittizie**).
 - Tali forze **non** sono dovute né a una molla, né a un filo che tira, né a un vincolo, né a un fluido, né all'attrito, né alla gravità, neppure all'elettromagnetismo.
 - Tali forze **esistono nel SdR dell'automobile ma non nel SdR della strada**.



Il punto materiale non soggetto a forze (III)



FONDAZIONE
GIUSEPPE OCCHIALINI

- L'unica maniera per eliminare le forze inerziali consiste nel porsi in un SdR in cui esse non siano presenti (nel nostro caso il SdR della strada).
- Chiamiamo **SdR inerziale** un SdR in cui **non sono presenti forze inerziali** e nel quale, di conseguenza, un punto materiale non soggetto a forze (forze meccaniche, idrostatiche, vincoli, forze di attrito e forze di interazioni) o è in quiete o si muove di moto rettilineo uniforme.
- Ma **come possiamo sapere che esista almeno un SdR inerziale?**



Il primo principio. Formulazione moderna



FONDAZIONE
GIUSEPPE OCCHIALINI

- L'esistenza dei SdR inerziali **non è affatto ovvia**:
 - Dati molti corpi, molto lontani gli uni dagli altri (in modo da annullare le forze meccaniche, idrostatiche, i vincoli, le forze di attrito e le forze di interazione), si può sempre trovare un SdR in cui ciascuno di essi, **separatamente**, si muove di moto rettilineo uniforme.
 - **Nessuna considerazione logica** ci può invece assicurare che esista un SdR in cui **tutti** questi corpi siano in moto rettilineo uniforme.
- Per tale motivo l'**esistenza di SdR inerziali** è un **principio fisico**, derivato dall'esperienza, ed è l'**essenza del principio di inerzia**.



Il primo principio. Formulazione moderna (II)



FONDAZIONE
GIUSEPPE OCCHIALINI

- Formulazione moderna del **primo principio**:
 - “Esiste almeno un Sistema di Riferimento inerziale, cioè un Sistema di Riferimento rispetto al quale un punto materiale non soggetto a forze o è in quiete o si muove di moto rettilineo uniforme”.



SdR inerziali



FONDAZIONE
GIUSEPPE OCCHIALINI

- **Principio di relatività ristretta o speciale:** le leggi della fisica hanno la stessa forma in due SdR in **moto traslatorio rettilineo uniforme l'uno rispetto all'altro.**
- Se esiste un SdR inerziale ne esistono **infiniti:** tutti quelli in moto traslatorio rettilineo uniforme con velocità arbitraria rispetto a quello dato.
- Il **SdR delle stelle fisse** è un SdR inerziale.
 - In esso si può scegliere una terna cartesiana avente origine nel Sole e assi puntati verso stelle fisse).



SdR approssimativamente inerziali



FONDAZIONE
GIUSEPPE OCCHIALINI

- **SdR terrestre** (fisso rispetto alla superficie terrestre). È **inerziale in prima approssimazione**: Se osserviamo le stelle fisse per pochi secondi, esse ci appaiono immobili. Se le osserviamo più a lungo, esse compiono traiettorie circolari.
- \Rightarrow il SdR terrestre si muove di moto che **non è** traslatorio rettilineo uniforme rispetto al SdR delle stelle fisse (che è inerziale).



Forze inerziali (apparenti, fittizie)



FONDAZIONE
GIUSEPPE OCCHIALINI

- In un **SdR inerziale**, un punto materiale non soggetto a forze (meccaniche, idrostatiche, vincoli, forze di attrito, forze di interazione) o è in quiete o si muove di moto rettilineo uniforme.
- In un **SdR non-inerziale**, un punto materiale non soggetto a forze **non** si muove di moto rettilineo uniforme, perché subisce un'accelerazione causata dalle **forze inerziali**.



Esempi di forze inerziali (apparenti, fittizie)



FONDAZIONE
GIUSEPPE OCCHIALINI

- Quando ci troviamo su di un'**automobile che frena** ci sentiamo sospinti in avanti (rispetto all'automobile):
 - **Osservatore a terra**: non c'è **nessuna forza in avanti**; semplicemente il passeggero tenderebbe a mantenere la stessa velocità ma viene rallentato dalla **cintura di sicurezza** che esercita su di lui una **forza indietro**.
 - **Osservatore sull'auto**: è **presente anche una forza in avanti** che non produce moto in quanto è **equilibrata** dalla **forza indietro** esercitata dalla **cintura di sicurezza**.



Esempi di forze inerziali (apparenti, fittizie) (II)



FONDAZIONE
GIUSEPPE OCCHIALINI

- Quando ci troviamo su di un'**automobile che curva** ci sentiamo sospinti (rispetto all'automobile) verso l'esterno della curva
 - **Osservatore a terra**: non c'è **nessuna forza verso l'esterno**; semplicemente il passeggero tenderebbe a proseguire in linea retta ma viene deviato dalla **cintura di sicurezza** che esercita su di lui una **forza verso l'interno della curva** (forza **centripeta**).
 - **Osservatore sull'auto**: è **presente anche una forza verso l'esterno** (forza **centrifuga**) che non produce moto in quanto è **equilibrata dalla forza verso l'interno** esercitata dalla **cintura di sicurezza** (forza **centripeta**).



L'origine delle forze inerziali



FONDAZIONE
GIUSEPPE OCCHIALINI

- Perché in **alcuni SdR** le **forze inerziali non sono presenti**, mentre in **altri esse sono presenti**?
 - Il fondo, se chiamiamo A il SdR delle stelle fisse e B un SdR che accelera rispetto ad A :
 - se è vero che **il SdR B accelera rispetto al SdR A** ,
 - comunque è parimenti vero che **il SdR A accelera rispetto al SdR B** .
 - Perché il principio di inerzia vale in A e non in B ?
 - Non poteva piuttosto valere in B e non in A ?
 - **Che cosa ha di "speciale" il SdR delle stelle fisse** affinché in esso valga il principio di inerzia?



L'origine delle forze inerziali (II)



FONDAZIONE
GIUSEPPE OCCHIALINI

- La risposta di **Newton** (1642-1727), che oggi sappiamo essere **sbagliata**, fu che il SdR delle stelle fisse è privilegiato in quanto si trova in quiete rispetto a un presunto **"spazio assoluto"**.
 - Per Newton le forze inerziali hanno origine da un'accelerazione rispetto al presunto "spazio assoluto".
- Contrariamente a Newton, **Mach** (1838-1916) era fortemente convinto che lo "spazio assoluto" non esistesse.
 - Ipotizzò che le forze inerziali avessero origine dall'**accelerazione media rispetto alla totalità delle masse nell'universo**.
 - Come conseguenza, un'anisotropia della distribuzione della massa nell'Universo, dovrebbe causare un'**anisotropia dell'inerzia**.



L'origine delle forze inerziali (III)



FONDAZIONE
GIUSEPPE OCCHIALINI

- Nella **Teoria della Relatività Generale (Einstein, 1915)** la risposta è un'evoluzione del punto di vista di Mach:
 - Il SdR inerziale è determinato dai campi gravitazionali locali che hanno origine da tutta la materia dell'Universo, vicina e lontana;
 - Tuttavia, una volta che ci si è posti in un SdR inerziale, le leggi del moto non sono più affette dalla distribuzione della massa nell'Universo.



Il secondo principio



FONDAZIONE
GIUSEPPE OCCHIALINI

- Un punto materiale, sottoposto a una o più forze, si muove con **accelerazione, vettorialmente proporzionale alla risultante** di tali forze:

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

- dove m è un coefficiente scalare di proporzionalità (detto **massa inerziale**) **caratteristico del punto materiale considerato** e indipendente dalla sua posizione e dalla sua velocità.
- Poiché sperimentalmente \vec{F} e \vec{a} risultano avere sempre lo stesso verso, segue che $m > 0$.



Massa e forza



FONDAZIONE
GIUSEPPE OCCHIALINI

- L'unità di misura della **massa** nel **Sistema internazionale** è il **chilogrammo (kg)**.
 - Il prototipo è un cilindro di lega platino-iridio conservato presso il Bureau International des Poids et Mesures a Sèvres, vicino a Parigi.
- L'unità di misura della **forza** (e in particolare del **peso**) nel **Sistema Internazionale** è il **Newton (N)**, che corrisponde alla forza la quale, agendo su di una massa di 1 kg, le imprime un'accelerazione di 1 m/s^2 .
- Nel **Sistema Tecnico**, invece, la forza si misura in **chilogrammi-forza (kgf)**.
 - $1 \text{ kgf} = 9.80665 \text{ N}$
 - $1 \text{ N} = 0.101972 \text{ kgf}$



Densità



FONDAZIONE
GIUSEPPE OCCHIALINI

- Si definisce **densità** la **massa per unità di volume**:

$$\rho_m = \frac{m}{V} \text{ (densità media)}$$

$$\rho = \frac{dm}{dV} \text{ (densità puntuale)}$$

- Nel **Sistema Internazionale** la densità si misura in **kg/m³**.



Dimensioni e unità di misura



FONDAZIONE
GIUSEPPE OCCHIALINI

- Nel Sistema Internazionale sono definite 4 **unità fondamentali**:
 - l'unità di **lunghezza** [L] cioè il metro (m);
 - l'unità di **tempo** [T] cioè il secondo (s);
 - l'unità di **massa** [M] cioè il chilogrammo (kg);
 - l'unità di **intensità di corrente elettrica** [i] cioè l'Ampère (A).
- Tutte le altre unità di misura si dicono **derivate**, in quanto sono espresse in termini delle 4 unità fondamentali.



Dimensioni e unità di misura (II)

- Grandezze derivate:

grandezza	dimensioni	unità di misura
velocità	$[v] = [LT^{-1}]$	m/s
accelerazione	$[a] = [LT^{-2}]$	m/s ²
forza	$[F] = [Ma] = [MLT^{-2}]$	N = kg m/s ²
densità	$[\rho] = [ML^{-3}]$	kg/m ³
quantità di moto	$[q] = [Mv] = [MLT^{-1}]$	kg m/s



Massa e peso



FONDAZIONE
GIUSEPPE OCCHIALINI

- In **assenza di aria, tutti i gravi**, in prossimità della superficie terrestre, cadono con la **medesima accelerazione** pari a circa: $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ (varia lievemente, in realtà da luogo a luogo in relazione alla latitudine, all'altitudine, ecc.).

- Per il II principio della dinamica $\vec{F} = m\vec{a}$, e dunque, in particolare per quanto riguarda la forza peso (detta anche semplicemente peso):

$$F_p = \|\vec{F}_p\| = m\|\vec{g}\| = mg$$

- Dunque, essendo l'accelerazione di gravità indipendente dalla massa dei corpi, segue che il **modulo della forza peso è proporzionale** alla **massa**.



Massa e peso (II)



FONDAZIONE
GIUSEPPE OCCHIALINI

- Ricordiamo tuttavia che la **massa** è uno **scalare** mentre il **peso** (o forza peso) è un **vettore applicato**.
- Inoltre la **massa** di un corpo è la **stessa ovunque**, a qualunque latitudine, sulla Terra come sulla Luna.
- Il **peso**, invece, **varia con l'accelerazione gravitazionale g** , dunque varia lievemente con la latitudine e sulla Luna è circa 1/6 del peso sulla Terra.
 - Un grave che ha massa 60 kg sulla Terra, ha massa 60 kg anche sulla Luna.
 - Lo stesso grave ha peso 588 N (cioè 60 kgf) sulla Terra a 45° di latitudine, ma ha peso circa 100 N (cioè 10 kgf) sulla Luna.



Quantità di moto e impulso



FONDAZIONE
GIUSEPPE OCCHIALINI

- Si definisce **quantità di moto** di un **punto materiale** il prodotto:

$$\vec{Q} = m\vec{v}$$

- Per un **sistema materiale qualsiasi** (costituito da n punti materiali) è invece la somma vettoriale:

$$\vec{Q} = \sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i$$

- Derivando rispetto al tempo si ottiene:

$$\dot{\vec{Q}} = \frac{d}{dt}(m\vec{v}) = m \frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a}$$

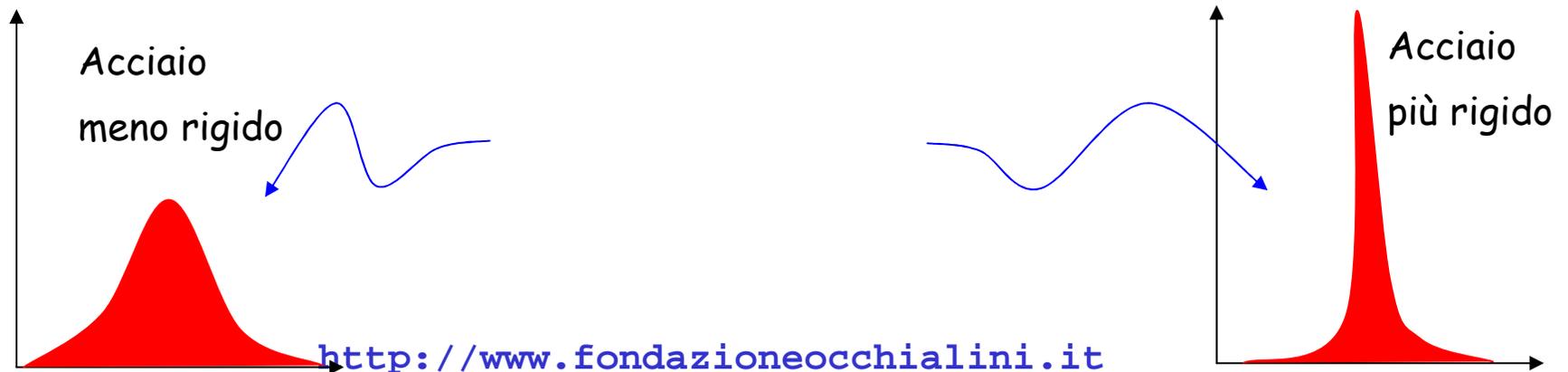


Quantità di moto e impulso (II)

$$\int_{t_1}^{t_2} \vec{F} dt = \vec{Q}(t_2) - \vec{Q}(t_1)$$

(teorema dell'impulso)

- L'**impulso** della forza risultante agente su di un punto materiale, relativo a un dato intervallo di tempo, è **uguale** alla corrispondente **variazione della sua quantità di moto**.
 - Esempio: **martello**. A parità di variazione di quantità di moto (da un istante prima a un istante dopo il colpo), se l'**acciaio** è **più rigido**, e dunque si deforma di meno, l'urto (cioè il contatto) dura per un intervallo di tempo minore e perciò la **forza esercitata è maggiore**. Un martello di piombo, che si deforma molto, esercita una forza piccola nel colpire.





Leggi di Keplero



FONDAZIONE
GIUSEPPE OCCHIALINI

- Le **forze gravitazionali**, con cui tutti i corpi si attraggono l'un l'altro, furono studiate dapprima con **misura dinamica** e soltanto oltre **un secolo più tardi** con **misura statica**.
- Il moto dei pianeti, osservato con grande precisione e riferito alle stelle fisse (descrizione più semplice) fu riassunto da **Keplero** in **3 leggi empiriche** (cioè leggi descrittive, che riassumono l'osservazione).
- Dalle caratteristiche del moto dei pianeti, riassunte dalle leggi di Keplero, ricavando l'accelerazione e dunque effettuando una misura dinamica della forza, **Newton** fu in grado di ricavare una **legge assai più generale (legge della gravitazione universale)**.



Leggi di Keplero (II)



FONDAZIONE
GIUSEPPE OCCHIALINI

- Le leggi di **Keplero** descrivono **soltanto** il moto dei **pianeti** e di altri corpi in orbita.
- La legge di **Newton** contiene le leggi di Keplero ma descrive, per esempio, **anche** il moto di un **sasso che cade** sulla Terra lungo la verticale, o il **peso di un corpo in quiete**.
- **Leggi di Keplero:**
 1. I pianeti si muovono su orbite ellittiche, di cui il Sole occupa uno dei due fuochi (N.B.: le orbite stanno su di un piano).
 2. La velocità areolare dei pianeti rispetto al Sole è costante.
 3. I quadrati dei tempi di rivoluzione dei pianeti sono proporzionali ai cubi dei semiassi maggiori delle ellissi corrispondenti.



Legge di gravitazione universale di Newton



FONDAZIONE
GIUSEPPE OCCHIALINI

- Dalle leggi di Keplero si trova che la **forza è diretta lungo la congiungente pianeta-Sole**. Infatti, per la costanza della velocità areolare:

$$\frac{1}{2}(P-O) \wedge \vec{v} = \vec{A} \equiv \text{cost}$$

- si ha, derivando rispetto al tempo:

$$\underbrace{\frac{1}{2}\vec{v} \wedge \vec{v}}_{\vec{0}} + \frac{1}{2}(P-O) \wedge \vec{a} = \vec{0} \Rightarrow P-O \parallel \vec{a}$$

- Perciò la forza, avendo la stessa direzione dell'accelerazione, è anch'essa diretta come il raggio vettore $P-O$.



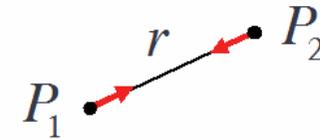
Legge di gravitazione universale di Newton (II)



FONDAZIONE
GIUSEPPE OCCHIALINI

- Dalle leggi di Keplero si trova anche il valore del **modulo** della forza. La forza gravitazionale si potrà quindi scrivere come:

$$\vec{F}_{12} = -\gamma \frac{m_1 m_2}{r^2} \hat{r} = -\gamma \frac{m_1 m_2}{r^3} \vec{r}, \quad \vec{r} = P_2 - P_1$$



- **Legge di gravitazione universale di Newton**: un qualsiasi punto materiale P_1 , di massa m_1 , esercita su un qualunque altro punto materiale P_2 , di massa m_2 , una forza **attrattiva** diretta lungo la congiungente dei due punti, di modulo **direttamente proporzionale** alle due **masse** e **inversamente proporzionale** al **quadrato della distanza** dei due punti.
- γ è una **costante universale**, che dipende soltanto dalle unità di misura: $\gamma = 6.6726 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$.



Esperimento di Cavendish



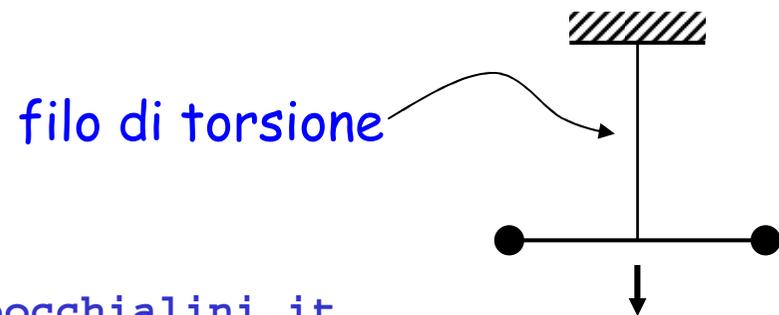
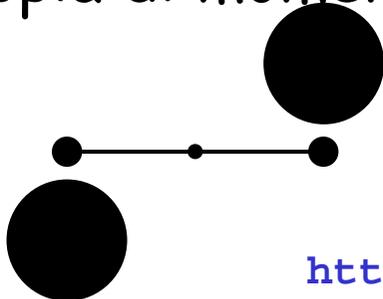
FONDAZIONE
GIUSEPPE OCCHIALINI

- Henry Cavendish (1731-1810) eseguì per la prima volta nel 1798 una **misura statica** della forza di gravità, con cui fu possibile **determinare** il valore della **costante gravitazionale γ** e dedurre una stima della **massa terrestre**, fino ad allora sconosciuta.

- **Filo di torsione**: presenta **elasticità di torsione**:

$$M_u = -k\varphi$$

- dove k è detto **costante elastica di torsione**. Se si torce il filo di un angolo φ le forze elastiche generano una coppia di momento assiale M_u .



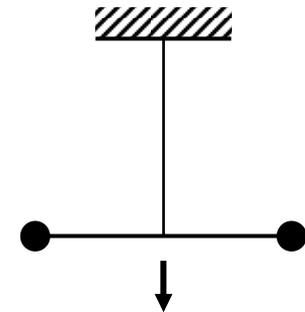
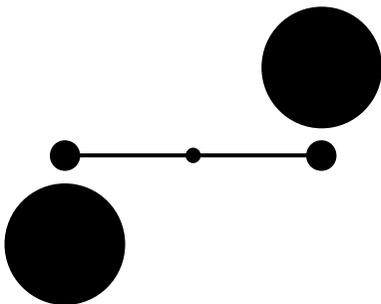


Esperimento di Cavendish (II)



FONDAZIONE
GIUSEPPE OCCHIALINI

- Esperimento di Cavendish: **manubrio**, con due sferette di piombo P_1 e P_2 alle estremità, appeso a un **filo di torsione** (con k noto). **Si avvicinano le 2 sfere S_1 e S_2** , pure di piombo, **si osserva l'angolo di rotazione** del manubrio, da esso si calcola il momento assiale della coppia di forze e si risale alla forza.
- Ripetendo più volte l'esperimento, con masse diverse e distanze diverse, si può determinare la **costante gravitazionale γ** .





Esperimento di Cavendish (III)



FONDAZIONE
GIUSEPPE OCCHIALINI

- Conosciuto γ si può determinare la **massa della Terra**.
Poiché la forza peso esercitata su di un punto materiale sulla superficie della Terra è:

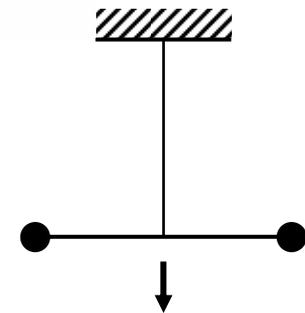
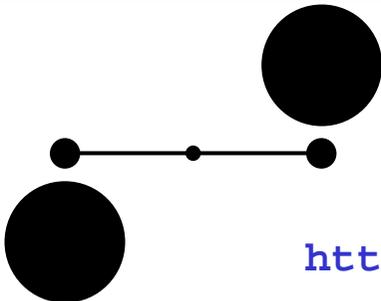
$$\vec{p} = m\vec{g}$$

- e per la gravitazione universale si deve avere anche:

$$\vec{p} = -\gamma \frac{mM}{R^2} \hat{R}$$

- si avrà:

$$mg = \gamma \frac{mM}{R^2} \Rightarrow M = \frac{R^2 g}{\gamma} = 5.9737 \times 10^{24} \text{ kg}$$





Massa inerziale e massa gravitazionale



FONDAZIONE
GIUSEPPE OCCHIALINI

- La **massa inerziale**, che compare nell'espressione:

$$\vec{F} = m_i \vec{a}$$

- in **linea di principio** è una costante che non ha **nulla a che fare** con la **massa gravitazionale**, che compare nell'espressione:

$$\vec{F}_{12} = -\gamma \frac{m_g M_g}{r^2} \hat{r}$$

- Tuttavia:

$$\left. \begin{array}{l} \vec{p} = m_i \vec{g} \\ \vec{p} = -\gamma \frac{m_g M_g}{R^2} \hat{R} \end{array} \right\} \Rightarrow m_i g = \gamma \frac{m_g M_g}{R^2} \Rightarrow \frac{m_g}{m_i} = \frac{gR^2}{\gamma M_g}$$

- Poiché il rapporto a secondo membro è uguale per tutti i corpi sulla superficie terrestre, segue che **il rapporto tra massa gravitazionale e massa inerziale è lo stesso per tutti i punti materiali** e dipende soltanto dall'unità di misura.