



FONDAZIONE
GIUSEPPE OCCHIALINI

Dinamica del Punto Materiale

Relatività, Energia e Ambiente

Fano (PU), Liceo Scientifico "Torelli", 9 maggio 2012

<http://www.fondazioneocchialini.it>

Prof. Domenico Galli

Alma Mater Studiorum – Università di Bologna

ALMA MATER STUDIORUM – UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



L'Unificazione nello Sviluppo della Conoscenza Scientifica



FONDAZIONE
GIUSEPPE OCCHIALINI

- Ogni processo di **generalizzazione** (**unificazione**) rappresenta un **progresso** nella comprensione scientifica.
- Un **modello più generale** consente non soltanto di raccogliere più conoscenze note in un'unica formulazione, ma anche di **prevedere risultati sperimentali nuovi**:
 - Non conosciuti al momento della formulazione del modello.



FONDAZIONE
GIUSEPPE OCCHIALINI

Legge Fisica e Unificazione

ALMA MATER STUDIORUM – UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



Esempi di Unificazione nella Storia della Fisica



FONDAZIONE
GIUSEPPE OCCHIALINI

- **Legge fisica**:
 - Unificazione di **misure sperimentali**.
- **Gravitazione Universale** (Newton):
 - Descrizione unica per **moti terrestri** e **moti astronomici**.
- **Equazioni di Maxwell**:
 - Stesse leggi per **fenomeni elettrici, magnetici e luminosi**.
- **Teoria della Relatività Ristretta** (Einstein):
 - **Meccanica** ed **elettromagnetismo**. **Spazio** e **tempo**. **Massa** ed **energia**.
- **Teoria della Relatività Generale** (Einstein):
 - Forze **inerziali** e forze **gravitazionali**.
- **Modello Standard** (Weinberg-Salam-Glashow):
 - Forza **elettromagnetica** e forza **nucleare debole**.
- **Teorie di Grande Unificazione**:
 - Forza **elettrodebole** e forza **nucleare forte**.

- Esprime in maniera **sintetica** un **insieme di misure sperimentali**:

- **Misure sperimentali**:

- "Un sasso impiega 0.45 secondi per cadere dall'altezza di un metro".
- "Un sasso impiega 0.64 secondi per cadere dall'altezza di due metri".
- "Un sasso impiega 1.43 secondi per cadere dall'altezza di dieci metri".

- **Legge fisica**:

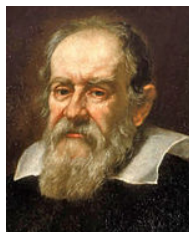
- In generale il tempo di caduta di un sasso vale:

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

- Questa legge consente di **prevedere** il tempo di caduta di un sasso da qualunque altezza (purché sia piccola rispetto al raggio terrestre e la resistenza dell'aria sia trascurabile).

- **Leggi diverse** per **moti** di "tipo" **diverso**.
- **Aristotele** (384-322 a.C.): impostazione **errata**, ma ritenuta valida per altri **1900 anni**, impedendo di fatto lo sviluppo della meccanica.
 - **Moti naturali**:
 - Moto **verso il basso** o **verso l'alto** (linea retta);
 - Moto degli **astri** (circolare).
 - **Moti violenti** (si credeva che fosse $F \propto v$):
 - Moto di un **carro trainato**. Maggiore è la forza applicata, maggiore è la velocità;
 - **Lancio di un sasso** in direzione orizzontale. Cessata la spinta della mano, si attribuiva all'aria la causa di una spinta aggiuntiva che spinge il corpo in avanti con forza decrescente.

- **Circa 800** — **Geber** (Abu Musa Jābir ibn Hayyān, Persia) progetta Esperimenti Controllati.
- **1021** — **Alhacen** (Abū 'Alī al-Ḥasan ibn al-Ḥasan ibn al-Haytham, Persia, Egitto): introduce il metodo sperimentale e combina osservazione, sperimentazione e argomentazione razionale nel suo "Libro di Ottica".
- **1025** — **Alberonius** (Abū al-Rayḥān Muḥammad ibn Aḥmad al-Bīrūnī, Persia) sviluppa il metodo sperimentale per la mineralogia e la meccanica, e conduce elaborati esperimenti in relazione ai fenomeni astronomici.
- **1638** — **Galileo Galilei**, pubblica "Discorsi e Dimostrazioni Matematiche, intorno a due nuove scienze".

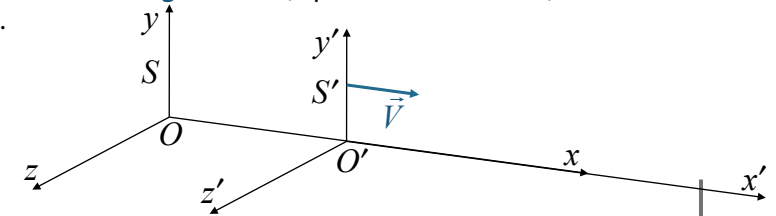


- **Principi fondamentali** che valgono per **tutti i moti**.
 - La legge di **Gravitazione Universale** (Newton) **unifica** la descrizione dei moti celesti (Keplero) e del moto di caduta di un sasso.
- La comprensione del principio di inerzia è stata **ostacolata** dalla presenza, difficilmente eliminabile, di una forza: la **forza di attrito**.
- Per comprendere le caratteristiche del **moto in assenza di forze** è necessario effettuare esperimenti in condizioni di attrito via via meno intenso ed **estrapolarne** i risultati alla condizione **ideale** di assenza della forza di attrito.

- **Ottica** ed **elettromagnetismo** hanno avuto **per lungo tempo percorsi autonomi** nella storia.
 - L'**ottica** era studiata già dai tempi antichi (assiri, 500 A.C.) ed ebbe un notevole sviluppo dopo il 1500 (Keplero, Galileo, Cartesio, Huygens) per costruire gli strumenti ottici per lo studio dell'astronomia.
 - Le leggi dell'**elettricità** e del **magnetismo** furono formulate nel 1800 da Charles-Augustin de Coulomb (1736-1806), André-Marie Ampère (1775-1836) e Michael Faraday (1791-1867).
- James Clerk Maxwell (1831-1879) operò la **sintesi** tra le leggi dell'**elettricità** e del **magnetismo**.
 - Campo elettrico e campo magnetico risultavano legati in una stretta connessione che non era ravvisabile nelle singole leggi.
- Le equazioni di Maxwell ammettono una **soluzione non identicamente nulla** anche in **assenza di cariche e di correnti** elettriche:
 - Tali soluzioni rappresentano le **onde elettromagnetiche** delle quali la **luce** visibile rappresenta una piccola parte dello spettro.

- Le leggi della **meccanica non cambiano** passando da un Sistema di Riferimento (SdR) a un altro SdR in moto traslatorio rettilineo e uniforme rispetto al primo.
 - Le leggi classiche che descrivono la trasformazione delle coordinate passando da un SdR all'altro sono chiamate **trasformazioni di Galileo**:

$$x' = x - Vt, \quad y' = y, \quad z' = z, \quad t' = t$$
 - Le **leggi della meccanica non cambiano forma** se si effettuano in esse **queste sostituzioni**.
- Le leggi dell'**elettromagnetismo** (equazioni di Maxwell) invece **cambiano**.

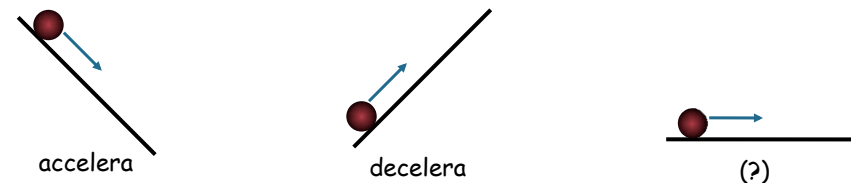


- I tentativi di **modificare** le **equazioni di Maxwell** per renderle compatibili con il principio di relatività **fallirono**:
 - I nuovi termini che dovevano essere introdotti nelle equazioni portarono alla previsione di nuovi fenomeni che non si evidenziarono affatto nella verifica sperimentale.
- **H. A. Lorentz** osservò che le **equazioni di Maxwell** restano nella stessa forma se si esegue, **invece della trasformazione di Galileo**, un'altra trasformazione, ora nota come **trasformazione di Lorentz**.
- **A. Einstein** propose allora che **tutte le leggi fisiche** dovessero essere tali da rimanere **invariate** sotto una **trasformazione di Lorentz**:
 - Dovevano essere **cambiate** non già le leggi dell'elettromagnetismo, bensì le leggi della **Meccanica** (**Meccanica Relativistica**).
- In questo modo, la **Teoria della Relatività Ristretta** rende **compatibili con in Principio di Relatività** sia la **meccanica** sia l'**elettromagnetismo**.

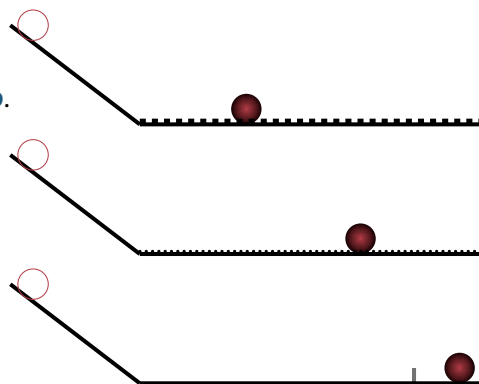
Il Primo Principio della Dinamica

- Detto anche **principio di inerzia**, descrive il moto di un punto materiale **non soggetto a forze**.
- Formulato da **Galileo Galilei** (1564-1642).
- **Formulazione classica**: "Qualunque punto materiale, non soggetto ad alcuna forza, o rimane in quiete oppure si muove di moto rettilineo uniforme".
- È stata una fondamentale conquista scientifica, in quanto **apparentemente contraddice l'esperienza comune**: siamo abituati a pensare che sia necessario esercitare costantemente una forza per mantenere un corpo in movimento (automobile, bicicletta, ecc.).

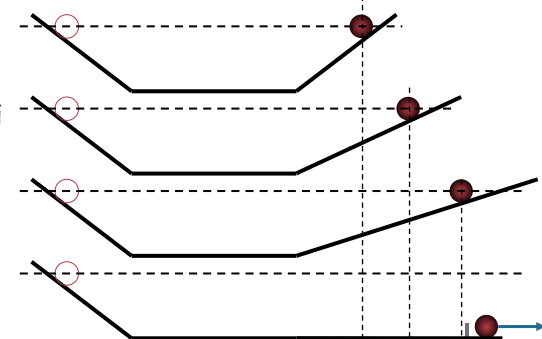
- Su di un piano inclinato in **discesa** un punto materiale **accelera**.
- Su di un piano inclinato in **salita** un punto materiale **decelera**.
- Cosa accade se il piano è **orizzontale**? Dovrebbe non accelerare né decelerare, dunque muoversi di moto uniforme (in realtà decelera).



- Il punto materiale viene fatto scendere da un piano inclinato e poi continua su di un piano orizzontale scabro.
- **Minore** è la **scabrosità** del piano orizzontale, **maggiore** è il **percorso** del punto.
- Si deduce che la **scabrosità** del piano è **causa del rallentamento**.
- Se il piano fosse **assolutamente liscio** il punto continuerebbe a muoversi **senza rallentare**.



- Il punto scende, percorre il tratto orizzontale, poi risale, **raggiungendo approssimativamente l'altezza iniziale** (non la raggiunge **esattamente** a causa dell'**attrito**).
- **Diminuendo l'inclinazione** del secondo piano **aumenta la distanza orizzontale** percorsa.
- Se il secondo piano è perfettamente **orizzontale**, l'altezza iniziale non può mai essere raggiunta, e, in assenza di attrito, il moto del punto diviene perpetuo.



- Per studiare il moto di un punto **non soggetto a forze** occorre eliminare tutte le forze che agiscono su di esso:
 - **Forze meccaniche** (corderelle che trainano, molle, ecc.). È sufficiente assicurarsi che non ci siano contatti meccanici.
 - **Forze idrostatiche** (spinta di Archimede). Assicurarsi che il punto materiale non sia immerso in un liquido.
 - **Vincoli**: vanno eliminati.
 - **Attrito**: vanno eliminati strisciamenti e fluidi viscosi.
 - **Forze di interazione**: vanno eliminate cariche elettriche e magneti. Occorre inoltre allontanarsi dalla Terra e da altri corpi celesti.

- Fatto questo, abbiamo eliminato tutte le forze? **NO**
- Esiste un **altro tipo di forza**:
 - Viaggiando in automobile, quando **freniamo**, ci sentiamo **sospinti in avanti**. Quando **curviamo** ci sentiamo **sospinti all'esterno** della curva.
 - Le forze che ci spingono in avanti quando freniamo o all'esterno quando curviamo sono dette **Forze Inerziali** (oppure "**Forze Apparenti**", "**Forze Fittizie**", "**Forze di D'Alembert**" o "**Pseudo-forze**").
 - Tali forze **non** sono dovute né a una molla, né a un filo che tira, né a un vincolo, né a un fluido, né all'attrito, né alla gravità, neppure all'elettromagnetismo.
 - Tali forze **esistono nel SdR dell'automobile, ma non nel SdR della strada**.

- L'**unica maniera** per **eliminare** le **forze inerziali** consiste nel **porsi in un SdR** in cui esse **non siano presenti** (nel nostro caso il SdR della strada).
- Chiamiamo **SdR Inerziale** un SdR in cui **non sono presenti forze inerziali** e nel quale, di conseguenza, un punto materiale non soggetto a forze (forze meccaniche, idrostatiche, vincoli, forze di attrito e forze di interazioni) o è in quiete o si muove di moto rettilineo uniforme.
- Ma **come possiamo sapere che esista almeno un SdR inerziale?**

- L'esistenza dei SdR inerziali **non è affatto ovvia**:
 - Dati molti corpi, molto lontani gli uni dagli altri (in modo da annullare le forze meccaniche, idrostatiche, i vincoli, le forze di attrito e le forze di interazione), si può sempre trovare un SdR in cui ciascuno di essi, **separatamente**, si muove di moto rettilineo uniforme.
 - **Nessuna considerazione logica** ci può invece assicurare che esista un SdR in cui **tutti** questi corpi siano in moto rettilineo uniforme.
- Per tale motivo l'**esistenza di SdR inerziali** è un **principio fisico**, derivato dall'esperienza, ed è l'**essenza del principio di inerzia**.



Il Primo Principio. Formulazione Moderna (II)

- Formulazione **moderna** del **Primo Principio** della Dinamica:
"Esiste almeno un Sistema di Riferimento inerziale":
 - Cioè un Sistema di Riferimento rispetto al quale un punto materiale non soggetto a forze o è in quiete o si muove di moto rettilineo uniforme.
- In questa formulazione è evidente che il primo principio **non è** un caso particolare del secondo.
- In questa formulazione si sottolinea l'**essenza** del primo principio, ovvero l'**esistenza** di almeno un SdR inerziale.



SdR Approssimativamente Inerziali

- SdR Terrestre** (fisso rispetto alla superficie terrestre):
 - Se osserviamo le **stelle fisse** per pochi secondi, esse ci appaiono **immobili**;
 - Se le osserviamo più a lungo, esse compiono **traiettorie circolari**.
- ⇒ il SdR Terrestre si muove di moto che **non è** traslatorio **rettilineo** uniforme rispetto al SdR delle stelle fisse (che è inerziale);
- ⇒ Il SdR Terrestre è **inerziale soltanto in prima approssimazione**.



SdR Inerziali

- Principio di relatività ristretta o speciale**: le leggi della fisica hanno la stessa forma in due SdR in **moto traslatorio rettilineo uniforme l'uno rispetto all'altro**.
- Se esiste un SdR inerziale ne esistono **infiniti**: tutti quelli in moto traslatorio rettilineo uniforme con velocità arbitraria rispetto a quello dato.
- Il **SdR delle stelle fisse** è un SdR inerziale.
 - In esso si può scegliere una terna cartesiana avente origine nel Sole e assi puntati verso stelle fisse).

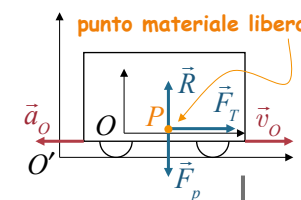


Forze Inerziali

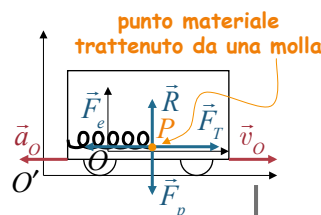
- In un **SdR inerziale**, un punto materiale non soggetto a forze (meccaniche, idrostatiche, vincoli, forze di attrito, forze di interazione) o è in quiete o si muove di moto rettilineo uniforme.
- In un **SdR non-inerziale**, un punto materiale non soggetto a forze **non** si muove di moto rettilineo uniforme, perché subisce un'accelerazione causata dalle **Forze Inerziali**:
 - Altrimenti dette "**Forze Apparenti**", "**Forze Fittizie**", "**Forze di D'Alembert**" o "**Pseudo-forze**".

- Quando ci troviamo su di un'**automobile che frena** ci sentiamo sospinti in avanti (rispetto all'automobile):
 - Osservatore a terra:** non c'è **nessuna forza in avanti**; semplicemente il passeggero tenderebbe a mantenere la stessa velocità ma viene rallentato dalla **cintura di sicurezza** che esercita su di lui una **forza indietro**.
 - Osservatore sull'auto:** è **presente anche una forza in avanti** che non produce moto in quanto è **equilibrata dalla forza indietro** esercitata dalla **cintura di sicurezza**.

- Punto materiale libero** sul corridoio di un **treno che sta frenando**.
- Osservatore **a terra:**
 - Il punto P , inizialmente in moto con velocità v_O , **continua a muoversi** con velocità v_O , non essendo soggetto a forze: $\vec{R} = \vec{0}$.
- Osservatore **sul treno:**
 - Il punto P , **inizialmente in quiete**, **inizia a muoversi** in avanti a causa della forza di trascinamento F_T , che è presente nel SdR del treno: $\vec{R} = \vec{F}_T \neq \vec{0}$.



- Punto materiale trattenuto da una molla** sul corridoio di un **treno che sta frenando**.
- Osservatore **a terra:**
 - Il punto P , inizialmente in moto con velocità v_O , **decelera** a causa della **forza elastica** esercitata dalla molla che lo trattiene: $\vec{R} = \vec{F}_e \neq \vec{0}$.
- Osservatore **sul treno:**
 - Il punto P rimane in **quiete** in quanto la **forza di trascinamento** F_T è equilibrata dalla **forza elastica** F_e esercitata dalla molla e dunque la risultante è nulla: $\vec{R} = \vec{F}_e + \vec{F}_T = \vec{0}$.



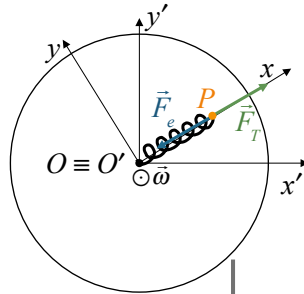
- Quando ci troviamo su di un'**automobile che curva** ci sentiamo sospinti (rispetto all'automobile) verso l'esterno della curva:
 - Osservatore a terra:** non c'è **nessuna forza verso l'esterno**; semplicemente il passeggero tenderebbe a proseguire in linea retta ma viene deviato dalla **cintura di sicurezza** che esercita su di lui una **forza verso l'interno della curva** (forza **centripeta**).
 - Osservatore sull'auto:** è **presente anche una forza verso l'esterno** (forza **centrifuga**) che non produce moto in quanto è **equilibrata dalla forza verso l'interno** esercitata dalla **cintura di sicurezza** (forza **centripeta**).

- **Giostra che ruota uniformemente.**
- Punto **P** fermo rispetto alla giostra, trattenuto da una molla.
- Osservatore **a terra**:
 - P si muove di **moto circolare uniforme**. La forza **elastica (centripeta)** F_e della molla è uguale al **prodotto** della **massa** del punto per la sua **accelerazione**. La **risultante non è nulla**:

$$\vec{R} = \vec{F}_e = m\vec{a} = m\frac{v^2}{r}\hat{n} = m\omega^2 r\hat{n} \neq \vec{0}$$

- Osservatore **sulla giostra**:
 - P è in **quiete**. La forza **elastica (centripeta)** F_e della molla è **equilibrata** dalla forza di trascinamento (**centrifuga**) F_T :

$$\vec{R} = \vec{F}_e + \vec{F}_T = \vec{0}$$



- Perché in **alcuni SdR** le **forze inerziali non sono presenti**, mentre in **altri esse sono presenti**?
 - In fondo, se chiamiamo A il SdR delle stelle fisse e B un SdR che accelera rispetto ad A:
 - Se è vero che **il SdR B accelera rispetto al SdR A**,
 - Comunque è parimenti vero che **il SdR A accelera rispetto al SdR B**.
 - Perché il principio di inerzia vale in A e non in B?
 - Non poteva piuttosto valere in B e non in A?
 - **Che cosa ha di "speciale" il SdR delle stelle fisse** affinché in esso valga il principio di inerzia?

- La risposta di **Newton** (1642-1727), che oggi sappiamo essere **sbagliata**, fu che il SdR delle stelle fisse è privilegiato in quanto si trova in quiete rispetto a un presunto "**spazio assoluto**" o "etere":
 - Per Newton le forze inerziali hanno origine da un'accelerazione rispetto al presunto "spazio assoluto".
- Contrariamente a Newton, **Mach** (1838-1916) era fortemente convinto che lo "spazio assoluto" non esistesse:
 - Ipotezzò che le forze inerziali avessero origine dall'**accelerazione media rispetto alla totalità delle masse nell'universo**;
 - Come conseguenza, un'anisotropia della distribuzione della massa nell'Universo, dovrebbe causare un'**anisotropia dell'inerzia**.

- Nella **Teoria della Relatività Generale (Einstein, 1915)** la risposta è un'evoluzione del punto di vista di Mach:
 - Il **SdR inerziale è determinato** dai campi gravitazionali locali che hanno origine da **tutta la materia dell'Universo**, vicina e lontana;
 - Tuttavia, una volta che ci si è posti in un **SdR inerziale**, le **leggi del moto non sono più affette dalla distribuzione della massa nell'Universo**.

Il Secondo Principio della Dinamica

Il Secondo Principio

- Un punto materiale, sottoposto a una o più forze, si muove con **accelerazione** $\vec{a}$, **vettorialmente proporzionale alla risultante** $\vec{F}$ di tali forze:

$$\vec{F} = m\vec{a} \quad (m \text{ costante})$$

dove m è un coefficiente scalare di proporzionalità (detto **massa inerziale**) **caratteristico del punto materiale considerato** e indipendente dalla sua posizione e dalla sua velocità.

- Poiché sperimentalmente $\vec{F}$ e $\vec{a}$ risultano avere sempre lo stesso verso, segue che $m > 0$.
- Se m non fosse costante l'espressione $\vec{F} = m\vec{a}$ non sarebbe corretta.

Massa e Forza

- L'unità di misura della **massa** nel **Sistema internazionale** è il **chilogrammo (kg)**.
 - Il prototipo è un cilindro di lega platino-iridio conservato presso il Bureau International des Poids et Mesures a Sèvres, vicino a Parigi.
- L'unità di misura della **forza** (e in particolare del **peso**) nel **Sistema Internazionale** è il **Newton (N)**, che corrisponde alla forza la quale, agendo su di una massa di 1 kg, le imprime un'accelerazione di 1 m/s².
- Nel deprecato **Sistema Tecnico**, invece, la forza si misura in **chilogrammi-forza (kgf)**.
 - 1 kgf = 9.80665 N
 - 1 N = 0.101972 kgf

Densità

- Si definisce **densità** la **massa per unità di volume**:

$$\rho_m = \frac{m}{V} \quad (\text{densità media})$$

$$\rho = \frac{dm}{dV} \quad (\text{densità puntuale})$$

- Nel **Sistema Internazionale** la densità si misura in **kg/m³**.

- Nel **Sistema Internazionale** sono definite **4 unità fondamentali**:
 - L'unità di **lunghezza** $[L]$ cioè il metro (m);
 - L'unità di **tempo** $[T]$ cioè il secondo (s);
 - L'unità di **massa** $[M]$ cioè il chilogrammo (kg);
 - L'unità di **intensità di corrente elettrica** $[i]$ cioè l'Ampère (A).
- Tutte le altre unità di misura si dicono **derivate**, in quanto sono espresse in termini delle 4 unità fondamentali.

- In **assenza di aria, tutti i gravi**, in prossimità della superficie terrestre, cadono con la **medesima accelerazione** pari a circa: $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ (varia lievemente, in realtà da luogo a luogo in relazione alla latitudine, all'altitudine, ecc.).

- Per il II principio della dinamica $\vec{F} = m\vec{a}$, e dunque, in particolare per quanto riguarda la forza peso (detta anche semplicemente peso):

$$F_p = \|\vec{F}_p\| = m\|\vec{g}\| = mg$$

- Dunque, essendo l'accelerazione di gravità indipendente dalla massa dei corpi, segue che la **norma della forza peso** è **proporzionale** alla **massa**.

- Grandezze derivate:

grandezza	dimensioni	unità di misura
velocità	$[v] = [LT^{-1}]$	m/s
accelerazione	$[a] = [LT^{-2}]$	m/s ²
forza	$[F] = [Ma] = [MLT^{-2}]$	N = kg m/s ²
densità	$[\rho] = [ML^{-3}]$	kg/m ³
quantità di moto	$[q] = [Mv] = [MLT^{-1}]$	kg m/s

- Ricordiamo tuttavia che la **massa** è uno **scalare** mentre il **peso** (o forza peso) è un **vettore applicato**.
- Inoltre la **massa** di un corpo è la **stessa ovunque**, a qualunque latitudine, sulla Terra come sulla Luna.
- Il **peso**, invece, **varia con l'accelerazione gravitazionale** g , dunque varia lievemente con la latitudine e sulla Luna è circa 1/6 del peso sulla Terra.
 - Un grave che ha massa 60 kg sulla Terra, ha massa 60 kg anche sulla Luna.
 - Lo stesso grave ha peso 588 N (cioè 60 kgf) sulla Terra a 45° di latitudine, ma ha peso circa 100 N (cioè 10 kgf) sulla Luna.

- Si definisce **quantità di moto** $\vec{Q}$ di un **punto materiale** il prodotto:

$$\vec{Q} = m\vec{v}$$

- Per un **sistema materiale qualsiasi** (costituito da n punti materiali) è invece la somma vettoriale:

$$\vec{Q} = \sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i$$

- Derivando rispetto al tempo si ottiene:

$$\dot{\vec{Q}} = \frac{d}{dt}(m\vec{v}) = m \frac{d\vec{v}}{dt} + \frac{dm}{dt} \vec{v} = m\vec{a} + \frac{dm}{dt} \vec{v}$$

- Se la massa m è costante, si ha:

$$\frac{dm}{dt} = 0 \Rightarrow \dot{\vec{Q}} = \frac{d}{dt}(m\vec{v}) = m \frac{d\vec{v}}{dt} + \frac{dm}{dt} \vec{v} = m\vec{a} + \frac{dm}{dt} \vec{v} = m\vec{a}$$

- Per cui il secondo principio della dinamica si può scrivere:

$$\vec{F} = \dot{\vec{Q}} \quad (\text{II principio - Legge di Newton})$$

- In realtà questa espressione è **più generale** dell'espressione $\vec{F} = m\vec{a}$ e **vale anche nel caso in cui m varia nel tempo**:

– m potrebbe cambiare in seguito a **reazioni chimiche** (razzo) o **nucleari** o a causa di **effetti relativistici** (velocità molto elevata).

- Se integriamo rispetto al tempo nell'intervallo $[t_1, t_2]$, si ha:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{Q}}{dt}$$

$$\int_{t_1}^{t_2} \vec{F} dt = \int_{t_1}^{t_2} \frac{d\vec{Q}}{dt} dt = [\vec{Q}]_{t_1}^{t_2} = \vec{Q}(t_2) - \vec{Q}(t_1)$$

- Si definisce **impulso di una forza** $\vec{F}$ nell'intervallo $[t_1, t_2]$, la quantità:

$$\int_{t_1}^{t_2} \vec{F} dt$$

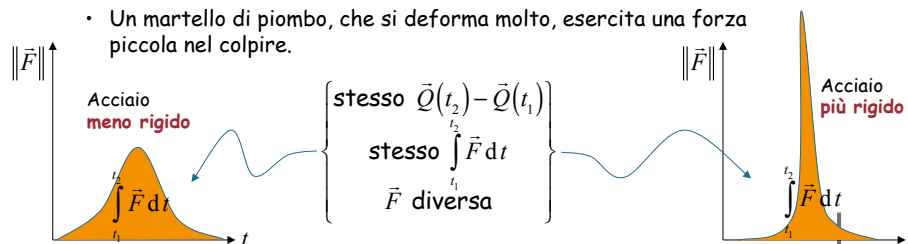
$$\int_{t_1}^{t_2} \vec{F} dt = \vec{Q}(t_2) - \vec{Q}(t_1) \quad (\text{teorema dell'impulso})$$

- L'**impulso** della forza risultante agente su di un punto materiale, relativo a un dato intervallo di tempo, è **uguale** alla corrispondente **variazione della sua quantità di moto**.

$$\int_{t_1}^{t_2} \vec{F} dt = \vec{Q}(t_2) - \vec{Q}(t_1)$$

Esempio: martello.

- A **parità di variazione di quantità di moto** (da un istante prima a un istante dopo il colpo):
 - Se l'**acciaio** è **più rigido**, e dunque si deforma di meno, l'urto (cioè il contatto) dura per un intervallo di tempo minore e perciò la **forza** esercitata è **maggiore**.
 - Un martello di piombo, che si deforma molto, esercita una forza piccola nel colpire.



- **Misura dinamica delle forze:** se su di un punto materiale, di massa nota, agisce una forza sconosciuta, tale forza può essere determinata a partire dalla conoscenza della **massa** e dell'**accelerazione**.

- Le **forze gravitazionali**, con cui tutti i corpi si attraggono l'un l'altro, furono studiate dapprima con **misura dinamica** e soltanto oltre **un secolo più tardi** con **misura statica**.
- Il moto dei pianeti, osservato con grande precisione e riferito alle stelle fisse (descrizione più semplice) fu riassunto da **Keplero** in **3 leggi empiriche** (cioè leggi descrittive, che riassumono l'osservazione).
- Dalle caratteristiche del moto dei pianeti, riassunte dalle leggi di Keplero, ricavando l'accelerazione e dunque effettuando una misura dinamica della forza, **Newton** fu in grado di ricavare una **legge assai più generale** (**Legge della Gravitazione Universale**).

- Le leggi di **Keplero** descrivono **soltanto** il moto dei **pianeti** e di altri corpi in orbita.
- La legge di **Newton** contiene le leggi di Keplero ma descrive, per esempio, **anche** il moto di un **sasso che cade** sulla Terra lungo la verticale, o il **peso di un corpo in quiete**.
- **Leggi di Keplero:**
 1. I pianeti si muovono su orbite ellittiche, di cui il Sole occupa uno dei due fuochi (N.B.: le orbite stanno su di un piano).
 2. La velocità areolare dei pianeti rispetto al Sole è costante.
 3. I quadrati dei tempi di rivoluzione dei pianeti sono proporzionali ai cubi dei semiassi maggiori delle ellissi corrispondenti.

- Dalle leggi di Keplero si trova che la **forza è diretta lungo la congiungente pianeta-Sole**. Infatti, per la costanza della velocità areolare:

$$\frac{1}{2}(\overrightarrow{P-O}) \wedge \vec{v} = \vec{A} \equiv \text{cost}$$

si ha, derivando rispetto al tempo:

$$\underbrace{\frac{1}{2}\vec{v} \wedge \vec{v}}_0 + \frac{1}{2}(\overrightarrow{P-O}) \wedge \vec{a} = \vec{0} \Rightarrow \overrightarrow{P-O} \parallel \vec{a}$$

- Perciò la forza, avendo la stessa direzione dell'accelerazione, è anch'essa diretta come il raggio vettore $P-O$.

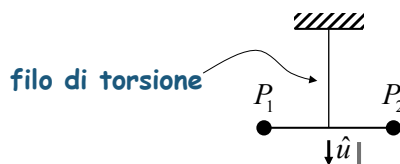
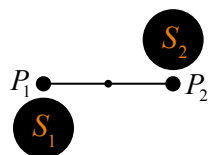
- Henry Cavendish (1731-1810) eseguì per la prima volta nel 1798 una **misura statica** della forza di gravità, con cui fu possibile **determinare** il valore della **costante gravitazionale γ** e dedurre una stima della **massa terrestre**, fino ad allora sconosciuta.

- Filo di torsione:** presenta **elasticità di torsione**:

$$\mathcal{M}^{(u)} = -k\varphi$$

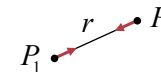
dove k è detto **costante elastica di torsione**.

- Se si torce il filo di un angolo φ le forze elastiche generano una coppia di momento assiale $\mathcal{M}^{(u)}$.



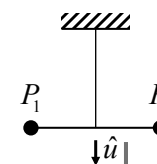
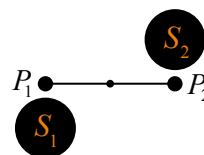
- Dalle leggi di Keplero si trova anche il valore del **modulo** della forza. La forza gravitazionale si potrà quindi scrivere come:

$$\vec{F}_{12} = -\gamma \frac{m_1 m_2}{r^2} \hat{r} = -\gamma \frac{m_1 m_2}{r^3} \vec{r}, \quad \vec{r} = \overrightarrow{P_2 - P_1}$$



- Legge di gravitazione universale di Newton:** un qualsiasi punto materiale P_1 , di massa m_1 , esercita su un qualunque altro punto materiale P_2 , di massa m_2 , una forza **attrattiva** diretta lungo la congiungente dei due punti, di modulo **direttamente proporzionale** alle due **masse** e **inversamente proporzionale al quadrato della distanza** dei due punti.
- γ è una **costante universale**, che dipende soltanto dalle unità di misura: $\gamma = 6.6726 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$.

- Esperimento di Cavendish: **manubrio**, con due sferette di piombo P_1 e P_2 alle estremità, appeso a un **filo di torsione** (con k noto). **Si avvicinano le 2 sfere S_1 e S_2** , pure di piombo, **si osserva l'angolo di rotazione** del manubrio, da esso si calcola il momento assiale della coppia di forze e si risale alla forza.
- Ripetendo più volte l'esperimento, con masse diverse e distanze diverse, si può determinare la **costante gravitazionale γ** .



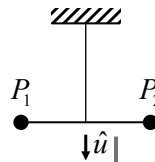
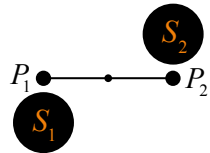
- Conosciuto γ , si può determinare la **massa della Terra**.
- Poiché la forza peso esercitata su di un punto materiale sulla superficie della Terra è:

$$\vec{p} = m\vec{g}$$
e per la gravitazione universale si deve avere anche:

$$\vec{p} = -\gamma \frac{mM}{R^2} \hat{R}$$

si avrà, di conseguenza:

$$mg = \gamma \frac{mM}{R^2} \Rightarrow M = \frac{R^2 g}{\gamma} = 5.9737 \times 10^{24} \text{ kg}$$



Il Terzo Principio della Dinamica

- La **massa inerziale** m_i , che compare nell'espressione:

$$\vec{F} = m_i \vec{a}$$

in **linea di principio** è una costante che non ha **nulla a che fare** con la **massa gravitazionale** m_g , che compare nell'espressione:

$$\vec{F}_{12} = -\gamma \frac{m_g M_g}{r^2} \hat{r}$$

- Tuttavia, confrontando le due espressioni:

$$\left. \begin{aligned} \vec{p} &= m_i \vec{g} \\ \vec{p} &= -\gamma \frac{m_g M_g}{R^2} \hat{R} \end{aligned} \right\} \Rightarrow m_i g = \gamma \frac{m_g M_g}{R^2} \Rightarrow \frac{m_g}{m_i} = \frac{g R^2}{\gamma M_g}$$

- Poiché il rapporto a secondo membro è uguale per tutti i corpi sulla superficie terrestre, segue che **il rapporto tra massa gravitazionale e massa inerziale è lo stesso per tutti i punti materiali** e dipende soltanto dall'unità di misura.

- Ogni volta che il corpo A esercita una forza sul corpo B, il corpo B esercita una forza sul corpo A:

- **Vettorialmente opposta:**

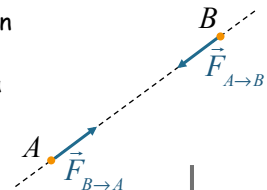
- Stessa intensità (norma);
- Stessa direzione;
- Verso opposto.

- Con la **stessa retta di azione**.

- **Principio di azione e reazione o terzo principio.**

- Esempi:

- Rinculo di una pistola.
- Barca a remi (si muove spingendo indietro l'acqua con i remi).
- Autoveicoli (si muovono spingendo indietro la strada mediante la forza di attrito).
- Aerei (si muovono spingendo indietro l'aria).



- Le forze tra i corpi sono **interazioni** che si presentano sempre a **coppie**:
 - Non esistono forze "unidirezionali".
- Due forze accoppiate per il III principio ("**azione**" e "**reazione**"):
 - Sono sempre forze dello **stesso tipo**:
 - Sono entrambe forze gravitazionali, oppure entrambe forze di attrito, ecc.
 - Si esercitano sempre su **corpi diversi**;
 - Per questo motivo **non si equilibrano** l'una con l'altra:
 - Si possono equilibrare tra loro soltanto due forze applicate allo stesso corpo.
- Se l'"**azione**" è la forza di gravità che la Terra esercita sul pallone, la "**reazione**" è la forza di gravità che il pallone esercita sulla Terra:
 - Non** la forza che la mano esercita sul pallone!



- Si osservi che, in assenza di altre forze (forze esterne) sui punti materiali A e B , si ha, in particolare:

$$\vec{F}_{A \rightarrow B} + \vec{F}_{B \rightarrow A} = \vec{0}$$

- Se ora prendiamo la quantità di moto del sistema meccanico costituito dai due punti materiali:

$$\vec{Q} = m_A \vec{v}_A + m_B \vec{v}_B$$

e deriviamo questa espressione rispetto al tempo, otteniamo:

$$\dot{\vec{Q}} = \frac{d\vec{Q}}{dt} = m_A \vec{a}_A + m_B \vec{a}_B = \vec{F}_{B \rightarrow A} + \vec{F}_{A \rightarrow B} = \vec{0}$$

- Sebbene azione e reazione abbiano la stessa intensità **non è detto che le 2 accelerazioni siano uguali** in norma:
 - Il corpo di massa maggiore ha un'accelerazione minore, per il II principio.
 - L'accelerazione di un pallone in caduta libera verso la Terra è assai maggiore dell'accelerazione della Terra verso il pallone
- Il III principio **non vale per le forze inerziali**:
 - Verso quale corpo dovrebbe essere esercitata la reazione?

- Ovvero (**conservazione della quantità di moto**):

$$\vec{Q} \equiv \text{cost}$$

- In altre parole, **in assenza di forze esterne**, la **quantità totale di moto** del sistema rimane **costante** (si "conserva").

- Si osservi che la formulazione:

$$\vec{F}_{A \rightarrow B} + \vec{F}_{B \rightarrow A} = \vec{0}$$

presuppone un'interazione istantanea tra i due punti materiali:

- Qualsiasi sia la distanza tra i 2 punti, ciascuno di essi risente istantaneamente della forza esercitata dall'altro e istantaneamente risponde con una forza di uguale intensità.
- La "comunicazione" istantanea di azione e reazione tra due corpi distanti che interagiscono è un concetto incompatibile con la fisica moderna:
 - Nessuna comunicazione può propagarsi con velocità infinita.
- La formulazione

$$\vec{Q} \equiv \text{cost}$$

non risente invece di questa limitazione.



ALMA MATER STUDIORUM
UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

Prof. Domenico Galli

Dipartimento di Fisica

domenico.galli@unibo.it

<http://www.unibo.it/docenti/domenico.galli>

<https://lhcbweb.bo.infn.it/GalliDidattica>