

Perché fu formulata la Teoria Relatività Ristretta ?

Assumiamo il punto di vista di un fisico della fine dell'800 che ancora non conosceva la fisica microscopica ($d < 10^{-8}$ cm, la meccanica quantistica, le forze deboli e forti che dominano il mondo subatomico saranno scoperte e chiarite nel corso del '900 attraverso un lungo percorso non ancora concluso) e per il quale l'intera fisica si riassumeva nella

fisica macroscopica ($d > 10^{-8}$ cm):

- **leggi del moto dei corpi materiali.** Scoperte e codificate nella meccanica newtoniana (*Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*, I. Newton 1687);
- **legge per la descrizione della forza gravitazionale.** Scoperta e codificata nella meccanica newtoniana anche se la teoria era considerata insoddisfacente poiché non spiegava il meccanismo di propagazione della forza nello spazio (assumeva la validità della azione a distanza);
- **leggi per la descrizione delle forze elettriche e magnetiche.** Scoperte e codificate nella teoria dell'elettromagnetismo (*A Treatise on Electricity and Magnetism*, J.C. Maxwell 1873). Tale formulazione era considerata esente da difetti ed in particolare spiegava in modo dettagliato il meccanismo di propagazione della forza elettrica e magnetica nello spazio (campi elettrici e magnetici, onde elettromagnetiche, unificazione di elettricità magnetismo ed ottica e previsione di nuovi fenomeni).

La meccanica e l'elettromagnetismo, nei loro ambiti, spiegavano perfettamente tutti i fatti sperimentali allora noti (ad eccezione di alcuni piccoli effetti allora ritenuti marginali) e potevano essere considerate corrette ed esenti da difetti.

In accordo con il punto di vista di allora, sia la meccanica che l'elettromagnetismo venivano interpretate nel contesto dei **concetti di spazio e tempo assoluti**, consistente con l'idea che esistesse un mezzo – detto **etere** – capace di propagare le onde elettromagnetiche. Secondo tale impostazione la meccanica avrebbe dovuto soddisfare il principio di relatività galileiano ma non l'elettromagnetismo che invece richiedeva l'esistenza del riferimento privilegiato in quiete nell'etere.

Questo quadro, in se coerente e assolutamente plausibile, andò in frantumi quando fu chiaro che l'etere non esisteva (o, seguendo la via di Einstein, quando fu chiaro che il principio di relatività galileiano era un principio generale che non poteva essere violato).

Iniziò un periodo di profonda crisi della fisica che si risolse con la formulazione della **Teoria della Relatività Ristretta** la quale **rivoluzionò in modo radicale i concetti di spazio e tempo ovvero i fondamenti della fisica** dando inizio (assieme all'altra grande rivoluzione legata alla scoperta della natura discreta degli scambi di energia nel modo microscopico che portò al concetto di quanto) a quel profondo rinnovamento che condusse a ciò che oggi chiamiamo fisica moderna.

Le leggi della meccanica newtoniana

La **meccanica** si pone l'obiettivo di studiare il **moto dei corpi materiali**. Essa, pertanto, deve dapprima individuare le **grandezze fisiche** rilevanti con le quali costruire, sulla base di **esperimenti**, relazioni capaci di descrivere i fenomeni osservati ovvero le **leggi del moto (metodo sperimentale)**.

Le **grandezze fisiche** rilevanti che essa individua sono:

il **vettore posizione** $\vec{r}(t)$

che fornisce la posizione del punto materiale al tempo t rispetto al riferimento Oxyz (terna d'assi cartesiani ortogonale destrorsa)

il **vettore velocità** $\vec{v}(t)$

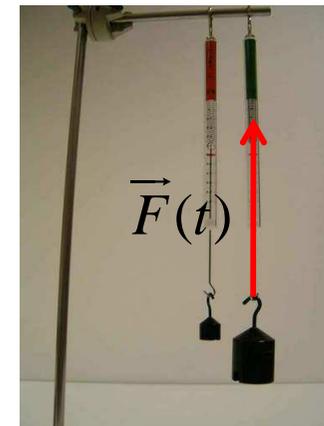
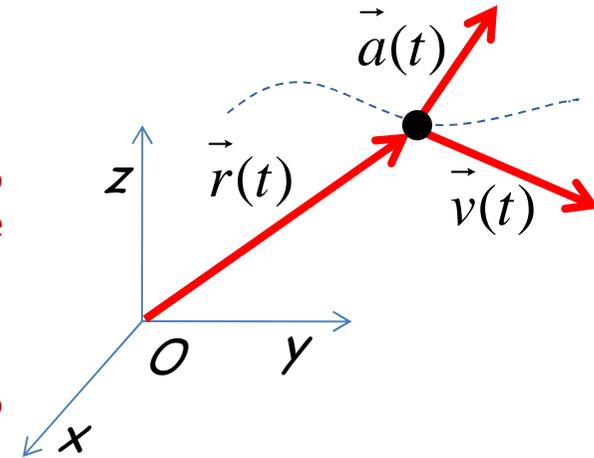
che descrive la direzione il verso e la rapidità del moto del punto materiale al tempo t rispetto al riferimento Oxyz

il **vettore accelerazione** $\vec{a}(t)$

che descrive la direzione il verso e la rapidità con cui varia la velocità del punto materiale al tempo t rispetto al riferimento Oxyz

il **vettore forza** $\vec{F}(t)$

che descrive la direzione il verso e la intensità dell'ente fisico che nelle diverse situazioni produce il moto del punto materiale (causa del moto) anch'esso espresso al tempo t e rispetto al riferimento Oxyz



Nella formulazione newtoniana queste grandezze soddisfano tre leggi di natura empirica note con il nome di

Principi della Dinamica

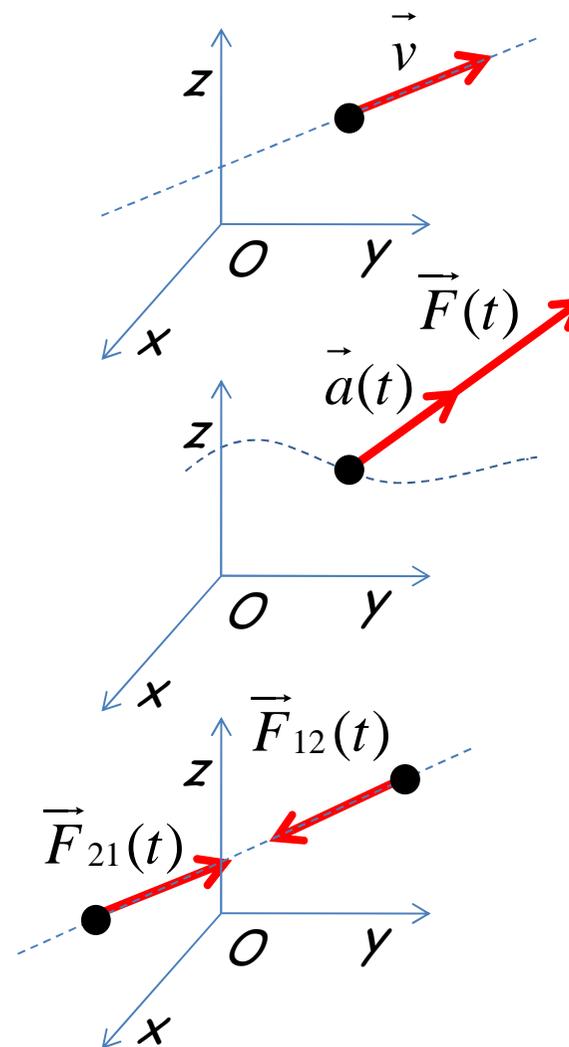
I) in un dato riferimento, un corpo materiale non soggetto ad alcuna forza o permane in quiete o si muove di moto rettilineo uniforme;

II) in un dato riferimento, un corpo materiale che sia soggetto ad una forza complessiva F si muove con una accelerazione a che soddisfa la relazione

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

dove m è una costante positiva indipendente dal luogo e dal tempo che esprime una proprietà intrinseca del corpo materiale detta *massa inerziale*;

III) due corpi materiali in mutua interazione, indipendentemente dalla natura della interazione, applicano l'uno sull'altro forze dirette lungo la congiungente e di verso contrario.



Le grandezze fisiche della meccanica sono relative

La *posizione* nello spazio di un corpo materiale può essere descritta solo riferendosi ad un altro corpo materiale assunto come *sistema di riferimento* (solitamente una terna d'assi cartesiane).

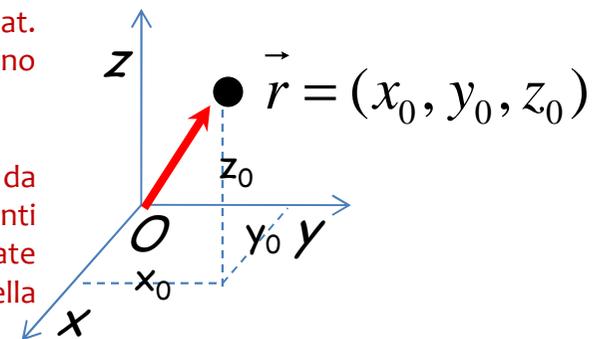
Come conseguenza anche la *velocità*, l'*accelerazione* e la *forza* possono essere descritte solo in relazione ad un sistema di riferimento.

Dunque **il sistema di riferimento è necessario per descrivere le grandezze fisiche della meccanica** per cui la domanda è...

- **Con quale criterio deve essere scelto il SdR ?**
- **I Principi della Dinamica valgono in tutti i possibili SdR ?**

NOTA: quando una grandezza fisica assume significato solo in relazione ad un riferimento viene detta **relativa** (dal lat. tardo *relativus*, der. di *relatus*, p. pass. di *referre* 'riportare'). Quando invece è indipendente dal riferimento viene detta **assoluta** (dal lat. *absolutus* 'libero da qualsiasi vincolo'). Dunque posizione, velocità e accelerazione sono grandezze fisiche relative.

NOTA: In un sistema di assi cartesiane la *posizione* del corpo materiale risulta descritta da un vettore rappresentato da una *terna ordinata di numeri reali* (dette componenti cartesiane del vettore posizione). Cambiando sistema di riferimento le coordinate cartesiane del vettore posizione cambiano indicando il carattere relativo della grandezza.



Riferimenti inerziali e non inerziali

Sperimentalmente si verifica che i Principi della Dinamica (PdD) valgono in alcuni sistemi di riferimento (SdR) ma non in altri. Un esempio semplice che può chiarire questo punto è dato dal seguente esperimento.

Esperimento della piattaforma

È data una piattaforma che a comando può ruotare attorno all'asse centrale. Sul piano della piattaforma e sul pavimento del piazzale sono tracciati due riferimenti O' ed O . Dal punto centrale della piattaforma l'osservatore O' , ad essa solidale, spinge un corpo materiale verso l'esterno (radialmente). Il piano della piattaforma ed il corpo materiale sono lavorati in modo tale da eliminare gli attriti per cui, una volta lanciato, la risultante delle forze agenti sul corpo materiale è nulla (la reazione vincolare della piattaforma equilibra la forza peso).

caso A

La piattaforma O' non ruota. L'osservatore O' lancia radialmente il corpo materiale che ha risultante nulla delle forze applicate.

Esito dell'esperimento:

il corpo materiale si muove di moto rettilineo uniforme rispetto ad entrambi i riferimenti. Dunque vale per entrambi il primo principio della dinamica per cui concludiamo che O ed O' sono riferimenti inerziali.

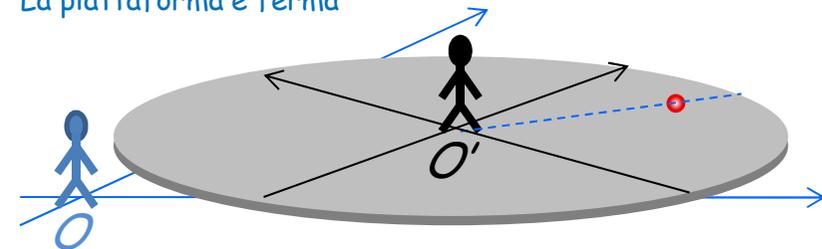
caso B

La piattaforma O' ruota. L'osservatore O' lancia radialmente il corpo materiale che ha risultante nulla delle forze applicate.

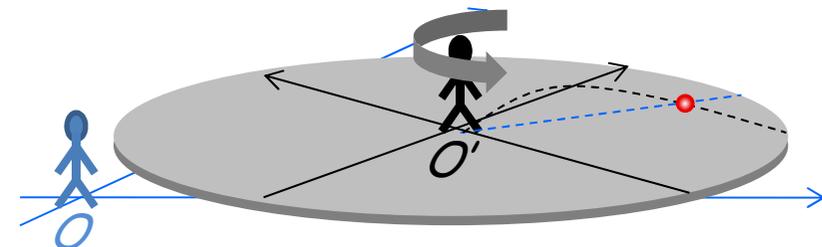
Esito dell'esperimento:

il corpo materiale si muove di moto rettilineo uniforme rispetto ad O e di moto curvilineo rispetto ad O' . Dunque il primo principio della dinamica vale per O e non per O' per cui concludiamo che O è inerziale e O' è non inerziale.

La piattaforma è ferma



La piattaforma ruota



Dati questi fatti è utile allora distinguere i sistemi di riferimento (SdR) in due categorie: quella dei **referimenti inerziali** i SdR dove valgono i principi della dinamica e dei **referimenti non inerziali** i SdR dove non valgono i principi della dinamica.

Naturalmente per stabilire se un SdR è inerziale o meno si deve saggiare in quel riferimento la validità delle leggi meccaniche (di solito si saggia la validità del solo primo principio della dinamica) per cui giungiamo al seguente

Criterio per stabilire se un riferimento è inerziale

dato un corpo materiale sul quale non siano applicate forze oppure, se applicate, abbiano risultante nulla

- se il corpo materiale permane in quiete o si muove di moto rettilineo uniforme rispetto al riferimento allora il riferimento è inerziale
- se il corpo materiale non permane in quiete e non si muove di moto rettilineo uniforme rispetto al riferimento (ovvero si muove di moto accelerato) allora il riferimento è non inerziale

NOTA: sulla base di questo criterio concludiamo che nel caso A sia O che O' sono inerziali mentre, nel caso B, O è inerziale e O' è non inerziale.

ES: Un'altra situazione è la seguente: un corpo materiale è appoggiato sul tavolino di un treno che si muove di moto rettilineo uniforme rispetto a terra. L'analisi delle forze mostra che la risultante delle forze applicate è nulla. Dato che il corpo materiale rimane fermo concludiamo che il riferimento è inerziale. Avvicinandosi in stazione il treno decelera rispetto a terra. Le forze applicate al corpo materiale sono sempre le stesse e dunque nulle tuttavia questo schizza in avanti. Concludiamo che il riferimento, ora, è non inerziale.

Si verifica anche: dato un riferimento inerziale S tutti i SdR in moto rettilineo uniforme rispetto ad S sono inerziali e tutti SdR in moto accelerato rispetto ad S sono non inerziali.

Le cause fisiche della non inerzialità

Tralasciando alcune sottili difficoltà di ordine logico, il criterio appena discusso permette senz'altro di stabilire la eventuale inerzialità di un riferimento ma, con tutta evidenza, non dice nulla sulle cause fisiche che determinano la inerzialità o meno del riferimento: nell'esempio della piattaforma, ad esempio, non viene spiegato per quale motivo O è un riferimento inerziale mentre O' non lo è (caso B). D'altra parte affermare che O' è non inerziale perché ruota rispetto ad O non ha senso poiché è chiaro che questa non può essere la causa fisica (il riferimento O non può essere causa fisica di nulla). Fatte queste osservazioni, si pone allora il

problema di individuare quali siano le cause fisiche che determinano l'inerzialità o non inerzialità di un riferimento.

Un suggerimento sulle possibili risposte a questo quesito può essere ottenuto immaginando di compiere l'esperimento della piattaforma nello spazio

Esperimento della piattaforma nello spazio

In questo caso l'esperimento potrebbe essere il seguente: ci sono due piattaforme O e O' ferme tra loro e regolate in modo tale che il corpo materiale, ora certamente senza forze applicate, si muova di moto rettilineo uniforme rispetto ad O e O' . Con tale regolazione i riferimenti O e O' sono inerziali. Poi si mette in rotazione O' rispetto ad O per mezzo di razzi contrapposti. Ora il corpo materiale si muove di moto rettilineo uniforme rispetto ad O e di moto curvilineo rispetto ad O' . Dunque O rimane inerziale ma O' diventa non inerziale.

In questo caso qual'è la causa fisica della non inerzialità del riferimento O' ? La rotazione di O' rispetto ad O appare ora completamente assurda poiché nello spazio ciò che si può davvero stabilire è solo il moto relativo di O rispetto ad O' .

Da un punto di vista logico, rimangono allora solo due possibilità:

- i) **la rotazione del riferimento rispetto allo 'spazio' in cui la piattaforma è immersa**
- ii) **la rotazione del riferimento rispetto alla 'materia' che circonda la piattaforma**

Benchè logicamente possibili, è inevitabile sottolineare che **una prova sperimentale diretta tesa a selezionare una delle due opzioni è impossibile**: potremo mai svuotare il cosmo di tutta la materia (oppure mettere in rotazione tutta la materia del cosmo) per farvi poi un esperimento del tipo di quello della piattaforma? Nonostante questo, storicamente il dibattito è stato accanito ed ha condotto ad uno di quei problemi tormentati che pur accompagnando la fisica nel corso della sua evoluzione sembrano non trovare mai una soluzione.

Newton, Mach ed Einstein

Il primo a porsi in modo chiaro questo problema fu Newton in un celebre passo:

L'esperimento della secchia rotante, da *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*, I. Newton 1687:

Se si fa girare su se stesso un vaso appeso ad una corda, fino a che la corda a forza di essere girata non si possa quasi più piegare, e si mette poi in questo vaso dell'acqua e, dopo aver permesso all'acqua e al vaso di acquistare lo stato di riposo, si lascia che la corda si srotoli, il vaso acquisterà un moto che durerà molto a lungo; all'inizio la superficie dell'acqua contenuta nel vaso resterà piana, come era prima che la corda si srotolasse, ma in seguito, il moto del vaso comunicandosi poco a poco nell'acqua contenuta, quest'acqua comincerà a girare, a elevarsi verso i bordi ed a diventare concava, come ho sperimentato; quindi con l'aumentare del moto il livello dell'acqua crescerà sempre più fino a che, concludendosi le sue rivoluzioni, in tempi uguali ai tempi impiegati dal vaso per fare un giro completo, l'acqua sarà in riposo relativo rispetto al vaso.

Inizialmente si osserva il moto rotatorio del secchio mentre l'acqua, che tale movimento non ancora acquisito, rimane in quiete con la superficie perfettamente piana. Gradualmente il moto viene comunicato dal secchio all'acqua la quale, ruotando, comincia a salire lungo i bordi del secchio formando una superficie concava.

La forza di questo esempio sta nel fatto che, istintivamente, tendiamo ad interpretare il fenomeno assumendo il riferimento solidale con il liquido il quale, essendo rotante e quindi non inerziale, è soggetto all'azione delle forze inerziali (forza centrifuga) che tendono a fare risalire l'acqua lungo le pareti: le forze inerziali in questo esempio sono terribilmente reali e presenti!

Chiaramente la causa di questo effetto risiede nel moto rotatorio dell'acqua ma la domanda è: moto dell'acqua rispetto a chi? A quale riferimento ?

Notiamo subito che la causa non può essere il moto relativo dell'acqua rispetto al secchio dato che tale moto, pur esistendo all'inizio, non produce alcun effetto. **Newton si rese lucidamente conto che la causa andava ricercata nel moto relativo dell'acqua rispetto a qualcosa d'altro.** La soluzione che propose Newton fu nella direzione dello spazio e non della materia.

Per comprendere la soluzione proposta da Newton dobbiamo immaginare di ripetere l'esperimento della secchia togliendo un poco alla volta la materia dal cosmo fino a svuotarlo completamente. Quale sarebbe in questo caso l'esito dell'esperimento? L'acqua, una volta in rotazione, salirebbe ancora lungo le pareti del recipiente?

Come si è detto nessuno lo può sapere, tuttavia Newton immaginò che la risposta fosse affermativa per cui dedusse che la causa del fenomeno doveva risiedere nel moto rotatorio dell'acqua, non rispetto alla materia del cosmo, ma rispetto allo spazio vuoto del cosmo! Lo spazio vuoto dunque acquisiva proprietà fisiche indipendenti dalla materia in esso contenuta e addirittura indipendenti da tutto e da tutti:

Lo spazio Assoluto, da *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*, I. Newton 1687:

Lo spazio assoluto, per sua natura senza relazione ad alcunché di esterno, rimane sempre uguale ed immobile; lo spazio relativo è una dimensione mobile o misura dello spazio assoluto, che i nostri sensi definiscono in relazione alla sua posizione rispetto ai corpi, ed è comunemente preso come lo spazio immobile; così la dimensione di uno spazio sotterraneo o aereo o celeste viene determinata dalla sua posizione rispetto alla terra. Lo spazio assoluto e lo spazio relativo sono identici per grandezza e specie, ma non sempre permangono identici quanto al numero. Infatti se la Terra, per esempio, si muove, lo spazio della nostra aria, che relativamente alla Terra rimane sempre identico, sarà ora una parte dello spazio assoluto attraverso cui l'aria passa, ora un'altra parte di esso; e così muterà assolutamente in perpetuo.

In sostanza la posizione newtoniana si può riassumere dicendo che egli vedeva nelle forze inerziali la prova della esistenza di uno spazio assoluto. Il problema è che, essendo impensabile una prova sperimentale di quanto affermava, la sua finiva per essere una posizione a priori non verificabile, come tale esposta alle critiche più dure.

Nella stessa direzione va un altro celebre esperimento concettuale proposto da Newton nei principia

Le sfere rotanti, da *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*, I. Newton 1687:

... if two globes kept at a given distance one from the other, by means of a cord that connects them, were revolved about their common center of gravity; we might, from the tension of the cord, discover the endeavor of the globes to recede from the axis of their motion. ... And thus we might find both the quantity and the determination of this circular motion, even in an immense vacuum, where there was nothing external or sensible with which the globes could be compared

L'idea è semplice: nel vuoto del cosmo, si immaginano due sfere di massa M ai capi di una funicella di lunghezza $2R$ poste in rotazione attorno al centro di massa in modo tale che la funicella venga tesa. Come fa un osservatore a capire se sta ruotando oppure no? Facile: basta che misuri i) la tensione della funicella, ii) la velocità di rotazione ω della funicella nel suo riferimento. Se la relazione tra forza e velocità di rotazione è data da $F = M \omega^2 R$ allora, valendo il secondo principio della dinamica si deduce che il riferimento è inerziale e dunque non rotante. In caso contrario il sistema è rotante e si può stabilire anche la velocità di tale rotazione.

Il criterio è ineccepibile e fornisce un **principio empirico chiaro per stabilire se un riferimento sia inerziale o meno**. Tuttavia è evidente che anche potendo stabilire senza alcun riferimento ad altri corpi lo stato di rotazione del proprio riferimento questo non significa che gli altri corpi non abbiano un ruolo: ancora una volta, per dirimere la questione, sarebbe necessario ripetere l'esperimento dopo avere svuotato il cosmo di tutta la sua materia. **Con questi soli elementi in gioco la posizione newtoniana rimane a priori e non verificabile.**

Per questo motivo numerosi fisici assunsero posizioni critiche che culminarono nell'attacco decisivo del fisico-filosofo E. Mach (1838-1916), autore di una fondamentale opera di revisione critica dell'intera meccanica:

La critica dell'esperimento del secchio rotante, da *La meccanica nel suo sviluppo storico critico*, E. Mach 1883 :

Nessuno, a nostro parere, è in grado di dire qualcosa sullo spazio assoluto e sul moto assoluto, che sono puri enti ideali non conoscibili sperimentalmente. [...] tutti i principi fondamentali della meccanica sono conoscenze sperimentali su posizioni e moti relativi dei corpi. [...] Nessuno è autorizzato a estendere questi principi al di là dei limiti dell'esperienza; [...] L'esperimento newtoniano del vaso pieno d'acqua sottoposto a moto rotatorio ci insegna solo che la rotazione relativa dell'acqua rispetto alle *pareti* del vaso non produce forze centrifughe percettibili, ma che tali forze sono prodotte dal moto rotatorio relativo alla massa della terra e agli altri corpi celesti. Non ci insegna nulla di più.

Mach dunque, rovescia la posizione newtoniana sottolineando che, nell'esperimento del secchio, ciò che davvero si osserva non è il moto dell'acqua rispetto allo spazio, ma il moto dell'acqua rispetto alle altre masse del cosmo per cui questa sola può essere la causa fisica che fa risalire l'acqua lungo le pareti del secchio stesso (in altri termini, se si fosse chiesto a Mach cosa sarebbe successo qualora si fosse ripetuto l'esperimento del secchio, togliendo un poco alla volta la materia dal cosmo fino a svuotarlo completamente, egli avrebbe risposto che alla fine non si sarebbe osservata più la risalita dell'acqua lungo le sue pareti). Risultato immediato di questa impostazione è il

Principio di Mach : *sono inerziali i riferimenti privi di accelerazioni rispetto alle stelle fisse.*

che attribuisce la causa delle forze inerziali alla materia invece che allo spazio.

E' necessario precisare che il termine **'stelle fisse'** può certamente indicare le stelle visibili della volta celeste le quali, a causa delle loro enormi distanze, si muovono in modo apprezzabile solo nel corso di lunghissimi intervalli temporali. Ma non solo, esso deve essere inteso in senso più ampio includendo qualunque sistema di corpi celesti distanti e tra loro indipendenti in modo tale che sia più semplice evidenziare, sullo sfondo di questi, il proprio moto (è in questo modo che viene definito l' International Celestial Reference Frame). Fatta questa premessa si noterà allora come anche il principio di Mach costituisca un **principio empirico chiaro per stabilire se un riferimento sia inerziale o meno** (se un riferimento ruota rispetto alle stelle fisse, come ad esempio la terra rispetto alle stelle visibili, allora quel riferimento non è inerziale).

Nonostante questo, è tuttavia evidente che anche potendo riferire lo stato di rotazione del proprio riferimento alle stelle fisse questo non significa che le stelle fisse siano la causa fisica delle forze inerziali: siamo dunque in una posizione antitetica a quella newtoniana che però soffre delle stesse debolezze in quanto ancora una volta, per dirimere la questione, sarebbe necessario svuotare il cosmo di tutta la sua materia oppure mettere in rotazione la materia del cosmo.

In realtà **l'argomentazione machiana sembra più plausibile quella newtoniana** poiché attribuisce la causa delle forze inerziali a qualcosa di osservabile, alla materia del cosmo appunto, e non allo spazio assoluto che non può essere osservato. Ad un esame più attento però risulta via via più chiaro che **tale impressione è legata più a posizioni filosofiche di impronta positivista che a ragioni fisiche oggettive: senza l'introduzione di principi fisici nuovi risulta impossibile decidere tra le posizioni di Mach e di Newton.**

Di questo fatto si rese lucidamente conto A. Einstein il quale, affascinato dalla coerenza logica della posizione di Mach la sostenne entusiasticamente (la rigorosa aderenza ai fatti della critica machiana, scevra da tentazioni metafisiche, fu un esempio determinante per la creazione della teoria della relatività ristretta), per ritornare però, negli anni tardi, sui propri passi:

La critica alle idee di Mach, da *Über den Aether; Verh. d. Schweiz. Naturf. Ges.* 105, 85-93; A Einstein 1924:

Invece che di "etere" si può parlare altrettanto bene di "qualità fisiche dello spazio". [...] Ernst Mach [...] tentò di evitare l'ipotesi dell' "etere della meccanica", cercando di ridurre l'inerzia all'interazione immediata tra la massa considerata e tutte le restanti masse dell'universo. Questa concezione è logicamente possibile, ma come teoria dell'azione a distanza per noi oggi non si può più prendere seriamente in considerazione. L' etere meccanico da Newton designato come "spazio assoluto", dev'essere quindi da noi considerato come una realtà fisica.

Il problema sollevato da Einstein, per quanto riguarda l'impostazione machiana, può essere facilmente compreso riprendendo l'esempio della piattaforma rotante. Quando lo sperimentatore aziona il pulsante e mette in rotazione la piattaforma rispetto a terra, da subito si osserva un moto curvilineo del corpo materiale lanciato radialmente rispetto a quel riferimento, da subito, quindi, quel riferimento cessa di essere inerziale. Ciò esclude che le stelle fisse possano aver un ruolo poichè sarebbe necessario un lungo tempo ad una qualche azione fisica per propagarsi dalle stelle fisse alla piattaforma. L'unica possibilità, dunque, sarebbe quella di una azione a istantanea (azione a distanza) la quale però, dopo la relatività ristretta, 'non si può più prendere seriamente in considerazione'.

Dunque, secondo l' A.Einstein degli anni tardi, pur rappresentando un utile criterio empirico, l'ipotesi di Mach, che riconduce la causa dell'inerzia all'azione delle stelle fisse, non può essere accolta in quanto presuppone inaccettabile (almeno fino ad ora) azione a distanza. Come suggerì Newton, **non rimane allora che attribuire tale causa allo 'spazio', magari ad uno spazio più fisico, capace di giocare un ruolo attivo nei processi, come il nome di 'etere' suggerisce:**

Una posizione contemporanea, da *Relativismo ed etere di Lorentz*, relazione su invito, F. Selleri :
Che dire, oggi, dell'etere relativistico di Einstein? Beh, in primo luogo che il ritorno all'etere è un'operazione dettata dal buon senso: lo spazio vuoto dotato di proprietà fisiche può benissimo essere chiamato «etere», [...]

Principio di relatività galileiano

Nonostante non si siano ancora chiarite a fondo le circostanze fisiche che determinano l'inerzialità a meno di un riferimento, risulta essere un punto fermo acquisito che **attraverso la validità delle leggi meccaniche possiamo solo distinguere tra sistemi di riferimento inerziali e non inerziali**. Tale fatto a sua volta implica che **tutti i riferimenti inerziali siano tra loro equivalenti** una proprietà delle leggi meccaniche di grande rilevanza:

Principio di Relatività Galileiano

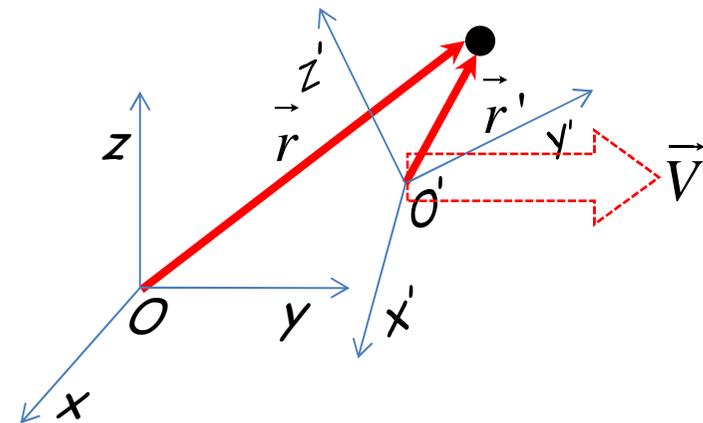
per mezzo delle leggi meccaniche non è possibile distinguere un sistema di riferimento inerziale tra gli infiniti possibili

secondo le leggi meccaniche tutti i riferimenti inerziali sono equivalenti

per mezzo di esperimenti meccanici non è possibile determinare lo stato di moto uniforme (ovvero la velocità) di un riferimento inerziale

secondo le leggi meccaniche non esiste un riferimento inerziale privilegiato

le leggi meccaniche sono simmetriche rispetto al cambiamento di riferimento inerziale



Rimandando altre considerazioni al seguito, sottolineiamo che **il principio dichiara l'equivalenza dei riferimenti inerziali limitatamente alle leggi meccaniche e non rispetto a tutte le leggi fisiche**.

Poiché attraverso le leggi meccaniche non è possibile determinare lo stato di moto di un riferimento inerziale, ne consegue anche che **non sia possibile determinare nemmeno la direzione del moto e la posizione nello spazio del riferimento**. Possiamo allora affermare che devono valere le seguenti proprietà:

Isotropia ed Omogeneità delle leggi meccaniche

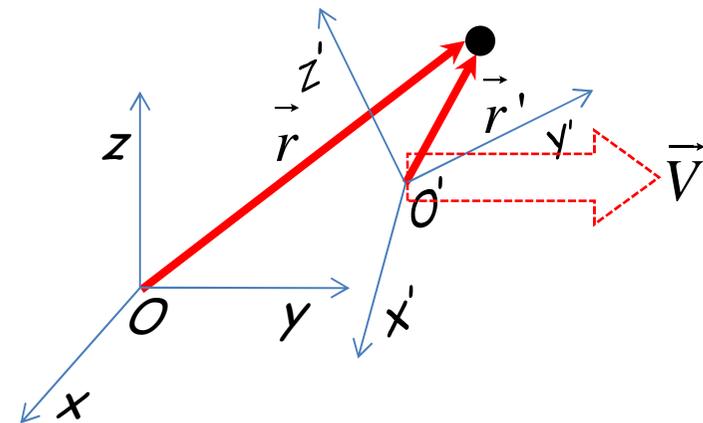
per mezzo delle leggi meccaniche non è possibile distinguere l'orientamento e la posizione nello spazio di un riferimento inerziale

secondo le leggi meccaniche tutti le orientazioni e le posizioni nello spazio dei riferimenti inerziali sono equivalenti

attraverso esperimenti meccanici non è possibile determinare l'orientazione e la posizione nello spazio di un riferimento inerziale

secondo le leggi meccaniche non esiste una orientazione ed una posizione spaziale privilegiata del riferimento inerziale

le leggi meccaniche sono simmetriche rispetto alle rotazioni e traslazioni del riferimento inerziale



Come prima sottolineiamo che **il principio dichiara la simmetria ed isotropia dello spazio limitatamente alle leggi meccaniche e non rispetto a tutte le leggi fisiche**.

Il principio di relatività in meccanica

Limitatamente all'ambito della meccanica, che allora comunque copriva tutto ciò che poteva definirsi realtà fisica, l'impossibilità di stabilire lo stato di moto o di quiete di un osservatore (soggetto ad un moto tranquillo, ovvero inerziale) è sicuramente nota dall'antichità:

La scuola alessandrina, in particolare **Aristarco di Samo** (310-230 a.C.), aveva anticipato molte delle conclusioni di Copernico compresa la centralità del sole ed il moto terrestre attorno ad esso. Dunque doveva avere chiaro che tale moto non provocava effetti osservabili per coloro che si trovavano sulla terra (non ne siamo certi poiché le opere originali sono perdute e conosciamo le idee di Aristarco solo attraverso le citazioni di altre opere posteriori quali l'*Arenario* di Archimede).

Certamente tale concetto era molto chiaro a N. Copernico:

La inosservabilità dello stato di moto, da *De revolutionibus orbium coelestium*, N. Copernico 1543:

Fra cose che si muovono a uguale velocità verso il medesimo punto, non si percepisce alcun movimento [...]

quando una nave viaggia nella bonaccia, i naviganti vedono tutte le cose che sono fuori di essa muoversi ad immagine del suo movimento e, inversamente, credono se stessi e tutto ciò che hanno con sé in riposo [...]

Ma che potremo dire, dunque, delle nubi e di tutte le altre cose sospese nell'aria, sia di quelle che tendono al basso come di quelle che, invece, volgono verso l'alto? Niente altro se non che non solo la Terra con l'elemento acqueo che le è unito si muove in tal modo, bensì anche una parte non trascurabile dell'aria [...]

E fu espresso in modo compiuto da Galileo:

La inosservabilità dello stato di moto, dal *Dialogo sopra i due massimi sistemi del mondo*, G. Galilei 1632:

[...] Rinserratevi nella maggiore stanza che sia sotto coperta di alcun gran navilio, e quivi fate d'aver mosche, farfalle e simili animaletti volanti; siavi anco un gran vaso d'acqua, e dentrovi dei pescetti;

sospendasi anco in alto qualche secchiello che a goccia a goccia vadia versando dell'acqua in un altro vaso di angusta bocca, che sia posto a basso: e stando ferma la nave, osservate diligentemente come quegli animaletti volanti con pari velocità vadano verso tutte le parti della stanza; i pesci si vedranno andar notando indifferentemente per tutti i versi; le stille cadenti entreranno tutte nel vaso sottoposto [...]

Osservate che avrete diligentemente tutte queste cose, benchè niun dubbio ci sia che mentre 'l vassello sta fermo non debbano succedere così, fate muover la nave con quanta si voglia velocità, chè (purchè il moto sia uniforme e non fluttuante [...]) voi non riconoscerete una minima mutazione in tutti li nominati effetti, nè da alcuno di quelli potrete comprendere se la nave cammina oppure sta ferma [...]

Ancor prima che la meccanica ricevesse il suo assetto definitivo da parte di I. Newton, Galileo intuì con chiarezza una delle sue proprietà più profonde espressa oltretutto con un taglio concettuale assai moderno: **i riferimenti inerziali in moto tra loro con velocità uniforme sono tutti ‘equivalenti’ nel senso che gli esperimenti meccanici forniscono, in tali riferimenti, gli stessi risultati e sono pertanto governati dalle stesse leggi.** Non siamo molto lontani, come si vede, dalla affermazione che le leggi meccaniche sono simmetriche rispetto al cambiamento di riferimento inerziale, un modo assolutamente moderno di impostare il problema!

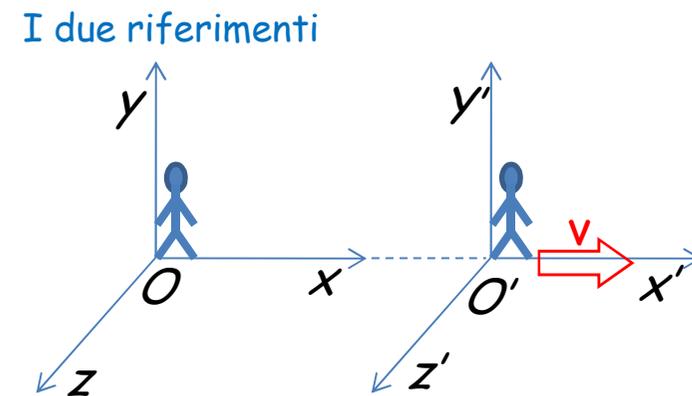
Le Trasformazioni di Galileo

Se vogliamo esplorare a fondo il significato e le implicazioni del principio di relatività galileiano, dobbiamo essere in grado di scrivere le leggi meccaniche nei diversi riferimenti inerziali la qual cosa comporta, ancor prima, che si sia in grado di scrivere le posizioni, le velocità, le accelerazioni, le masse e le forze nei diversi riferimenti. In una parola si pone il problema di stabilire come si trasformino, passando da un riferimento inerziale all'altro, le grandezze fisiche e loro misure a partire da quelle fondamentali. Dunque per cominciare

come si trasformano, nel passaggio da un riferimento inerziale ad un altro, le misure di posizione e di tempo?

Per impostare il problema immaginiamo che vi siano due diversi sistemi inerziali $Oxyz$ e $O'x'y'z'$. E' evidente che nel caso generale i due riferimenti potrebbero differire nella orientazione degli assi, inoltre la velocità relativa potrebbe avere una qualunque direzione nello spazio. Tutto ciò costituirebbe una complicazione di natura geometrica priva di contenuto fisico per cui assumeremo la seguente situazione

- i) i riferimenti $Oxyz$ e $O'x'y'z'$ hanno assi paralleli con gli assi x e x' sulla stessa retta;
- ii) il riferimento $Oxyz$ è pensato in quiete ed il riferimento $O'x'y'z'$ in moto rettilineo uniforme con velocità v diretta lungo l'asse x
- iii) in quiete, in ciascuno dei due riferimenti, si trovano due osservatori O ed O' dotati di regoli e cronometri identici per compiere le misure di posizione e tempo. Inoltre, i cronometri sono regolati in modo tale che segnino entrambi $t=0$ quando le origini O ed O' coincidono.



Ciò premesso immaginiamo che entrambi gli osservatori vogliono determinare la posizione di un certo punto materiale P rispetto ai due riferimenti. Assumiamo ad esempio il punto di vista dell' **osservatore O** (considerazioni del tutto analoghe valgono anche per l'osservatore O')

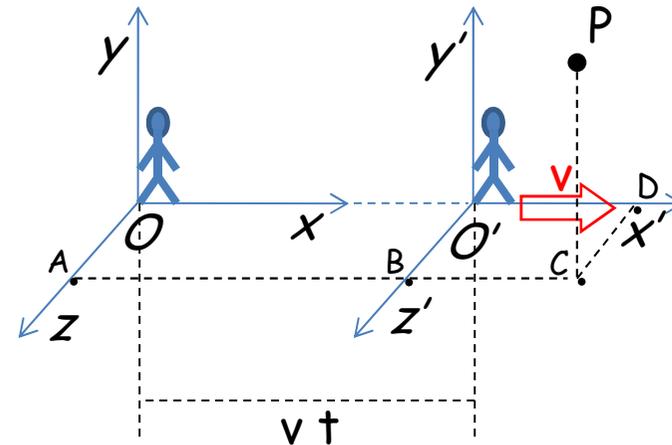
Dopo avere misurato un certo numero di segmenti con il proprio regolo stabilisce che, **ad un certo istante to**, il punto P ha le seguenti coordinate

- (1) $x'_O \ y'_O \ z'_O$ rispetto al riferimento O'
 $x_O \ y_O \ z_O$ rispetto al riferimento O

e che tra queste coordinate valgono le relazioni

- (2) $x'_O = x_O - vt_O$ $y'_O = y_O$ $z'_O = z_O$

La posizione di P al tempo t rispetto ad O ed O' misurata da O e O'



E' irresistibile la tentazione di pensare che queste siano le trasformazioni delle coordinate di P nel passaggio da O (coordinate senza apice) ad O' (coordinate con apice). E' invece importantissimo notare che x'_O è effettivamente la coordinata di P rispetto al riferimento O' ma come misurata da O non da O'. Dunque le (1) non sono ancora formule di passaggio da un riferimento all'altro! Per diventarlo **dobbiamo capire quale relazione legghi x'_O a $x'O'$** che è la coordinata di P rispetto ad O' misurata da O'. In modo analogo occorre pure **determinare le relazioni tra le coordinate y'_O e $y'O'$, z'_O e $z'O'$** ed infine **la corrispondenza tra i tempi della misura t_O e $t_{O'}$** .

Premesso che da un punto di vista metodologico le relazioni esistenti tra le corrispondenti coordinate spaziali e temporali misurate da O ed O' dovrebbero essere determinate per via sperimentale, prima che Einstein sollevasse il problema con la formulazione della Teoria della Relatività ristretta, un esperimento in tal senso non è mai stato fatto, ne pensato, ne ritenuto necessario: semplicemente **nella fisica classica si assumeva che gli intervalli spaziali e temporali avessero lo stesso valore per tutti gli osservatori inerziali**

$$(3) \quad x'_{O'} = x'_O \quad y'_{O'} = y'_O \quad z'_{O'} = z'_O \quad x_{O'} = x_O \quad y_{O'} = y_O \quad z_{O'} = z_O \quad \text{e} \quad t_{O'} = t_O$$

Tale convinzione - che ha dominato **la meccanica, l'elettromagnetismo, la termodinamica, ed in generale tutta la fisica prerelativistica (fisica classica)** - trovava il suo punto d'appoggio nella **concezione newtoniana dello spazio e del tempo assoluti** (come Einstein fu in grado di dimostrare, i sottili conflitti tra meccanica ed elettromagnetismo di cui diremo, traevano la propria origine proprio dalla infondatezza di questa ipotesi)

Il Tempo Assoluto, da *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*, I. Newton 1687:

[...] il tempo assoluto vero e matematico, in sé e per sua natura, fluisce uniformemente senza relazione a qualcosa di esterno, e con un altro nome si chiama durata; il tempo relativo, apparente e comune, è la misura sensibile ed esterna [...] della durata attraverso il mezzo del movimento, ed esso è comunemente usato al posto del tempo vero; esso è l'ora, il giorno, il mese, l'anno. Lo spazio assoluto [...]

Lo spazio Assoluto, da *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*, I. Newton 1687:

Lo spazio assoluto, per sua natura senza relazione ad alcunché di esterno, rimane sempre uguale ed immobile; lo spazio relativo è una dimensione mobile o misura dello spazio assoluto, che i nostri sensi definiscono in relazione alla sua posizione rispetto ai corpi, ed è comunemente preso come lo spazio immobile; così la dimensione di uno spazio sotterraneo o aereo o celeste viene determinata dalla sua posizione rispetto alla terra. Lo spazio assoluto e lo spazio relativo sono identici per grandezza e specie, ma non sempre permangono identici quanto al numero. Infatti se la Terra, per esempio, si muove, lo spazio della nostra aria, che relativamente alla Terra rimane sempre identico, sarà ora una parte dello spazio assoluto attraverso cui l'aria passa, ora un'altra parte di esso; e così muterà assolutamente in perpetuo.

Richiamiamo ora la formula (2)

$$x'_O = x_O - vt_O \quad y'_O = y_O \quad z'_O = z_O$$

se, in accordo con le assunzioni della fisica classica assumiamo la validità delle (3), possiamo interpretare le coordinate $x'O$, $y'O$ e $z'O$ misurate da O come misure effettuate da O' e scrivere pertanto

$$(4) \quad x'_{O'} = x_O - vt_O \quad y'_{O'} = y_O \quad z'_{O'} = z_O$$

alle quali possiamo aggiungere l'eguaglianza

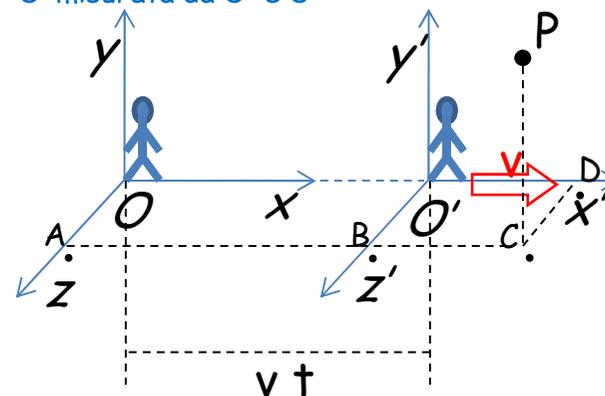
$$(5) \quad t_{O'} = t_O$$

Le (4) e (5) prendono allora forma di relazioni tra le misure di spazio e tempo degli osservatori O ed O' riferite ai propri sistemi di riferimento ed ai propri orologi. Se ricordiamo che le coordinate senza accento sono misurate da O e quelle con accento da O' , possiamo semplificare la notazione omettendo i pedici pervenendo alle seguenti relazioni note con il nome di

Trasformazioni di Galileo

$$x' = x - vt \quad y' = y \quad z' = z \quad t' = t$$

La posizione di P al tempo t rispetto ad O ed O' misurata da O e O'



Le Trasformazioni di Galileo (TdG) sono state dedotte sulla base della ipotesi che gli intervalli spaziali e temporali abbiano valori indipendenti dall'osservatore inerziale che li misura. Invertendo il procedimento, ci attendiamo allora che dalle trasformazioni si possa ottenere tale indipendenza.

Immaginiamo che, nel riferimento O' nell'istante di tempo t' , due corpi materiali P_1 e P_2 occupino due differenti posizioni dello spazio e di domandarci quale sia la distanza tra le loro posizioni misurata da O' . Utilizzando i propri regoli egli troverà le coordinate (x'_1, y'_1, z'_1) e (x'_2, y'_2, z'_2) e quindi la distanza

$$d' = \sqrt{(x'_2 - x'_1)^2 + (y'_2 - y'_1)^2 + (z'_2 - z'_1)^2}$$

D'altra parte le Trasformazioni di Galileo forniscono le relazioni con le coordinate degli stessi punti misurate dall'osservatore O al tempo $t=t'$

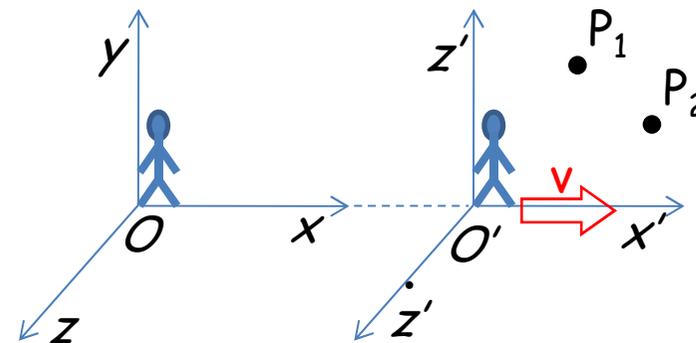
$$\begin{aligned} x'_1 &= x_1 - vt & y'_1 &= y_1 & z'_1 &= z_1 \\ x'_2 &= x_2 - vt & y'_2 &= y_2 & z'_2 &= z_2 \end{aligned}$$

che sostituite nella espressione di d' forniscono

$$d' = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2} = d$$

la quale mostra che gli osservatori inerziali O ed O' misurano la stessa distanza tra i corpi materiali P_1 e P_2 .

La distanza tra le posizioni dei corpi materiali P e Q al tempo t' misurata da O'



Come atteso dunque **secondo le Trasformazioni di Galileo la distanza tra due dati punti dello spazio (intervallo spaziale) è la stessa per tutti gli osservatori inerziali o equivalentemente che la distanza tra due dati punti dello spazio non dipende dallo stato di moto uniforme.**

In questa forma si comprende subito l'importante fatto fisico che, secondo le TdG la lunghezza dei corpi materiali non dipende dall'eventuale stato di moto uniforme.

Possiamo ragionare in modo analogo sulle distanze temporali immaginando che in un determinato punto dello spazio del riferimento O' avvenga un certo evento fisico caratterizzato da una certa durata: ad esempio un corpo materiale appeso ad un filo (pendolo) che al tempo t'_1 si trova in una certa posizione dello spazio e che al tempo t'_2 ritorna nella stessa posizione (nel riferimento O'). La durata temporale di questo evento misurata da O' vale evidentemente

$$\delta' = t'_2 - t'_1$$

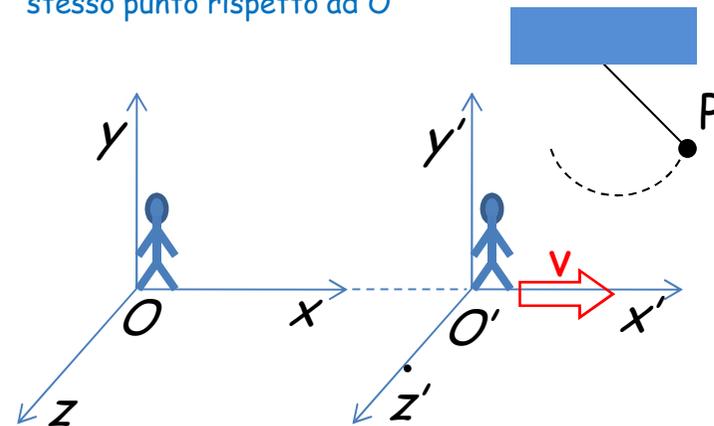
d'altra parte dalle Trasformazioni di Galileo si ha

$$t'_1 = t_1 \quad t'_2 = t_2$$

che sostituite nella prima espressione forniscono

$$\delta' = t_2 - t_1 = \delta$$

Il corpo materiale P del pendolo solidale con il riferimento O' dopo un certo tempo ritorna nello stesso punto rispetto ad O'



Dunque gli osservatori inerziali O ed O' misurano la stessa durata dell'evento fisico considerato. Possiamo allora affermare che **secondo le trasformazioni di Galileo, la durata di un dato evento (intervallo temporale è la stessa per tutti gli osservatori inerziali** o equivalentemente che **la durata di un dato evento non dipende dallo stato di moto uniforme.**

Si noti che in questa forma si comprende subito l'importante fatto fisico secondo il quale, assumendo le trasformazioni di Galileo, il ritmo di un cronometro non dipende dall'eventuale stato di moto uniforme.

Mettendo insieme le conclusioni ottenute possiamo affermare che **secondo le TdG gli intervalli spaziali e temporali assumono lo stesso valore per tutti gli osservatori inerziali** od anche che **gli intervalli spaziali e temporali sono assoluti per tutti gli osservatori inerziali.**

*fine lezione mercoledì 10 aprile
2013*